

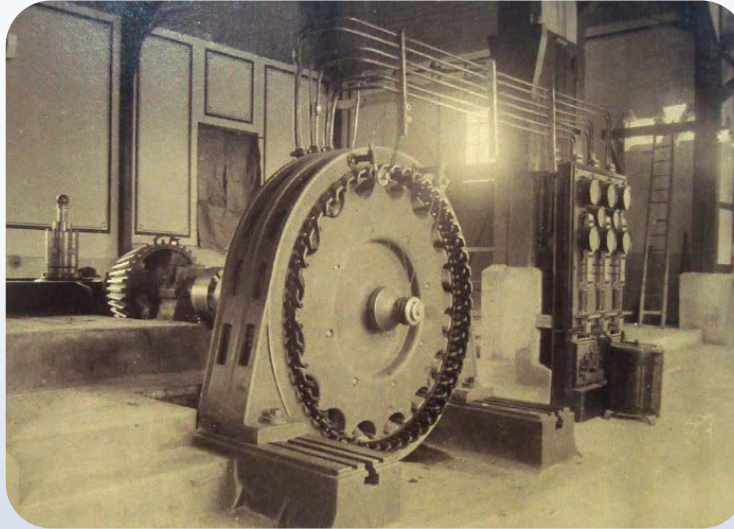
# ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

*Лектор:*  
*к.ф.-м.н., асс. профессор Алимгазинова Назгуль Шакаримовна*

## 6 лекция. Трехфазные цепи

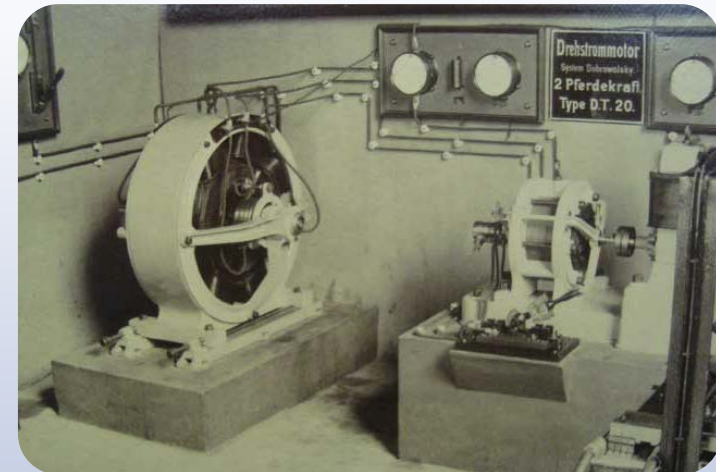


*Михаил  
Осипович  
Доливо-  
Добровольский  
(1862-1919)*



*Трехфазный генератор,  
1881 год*

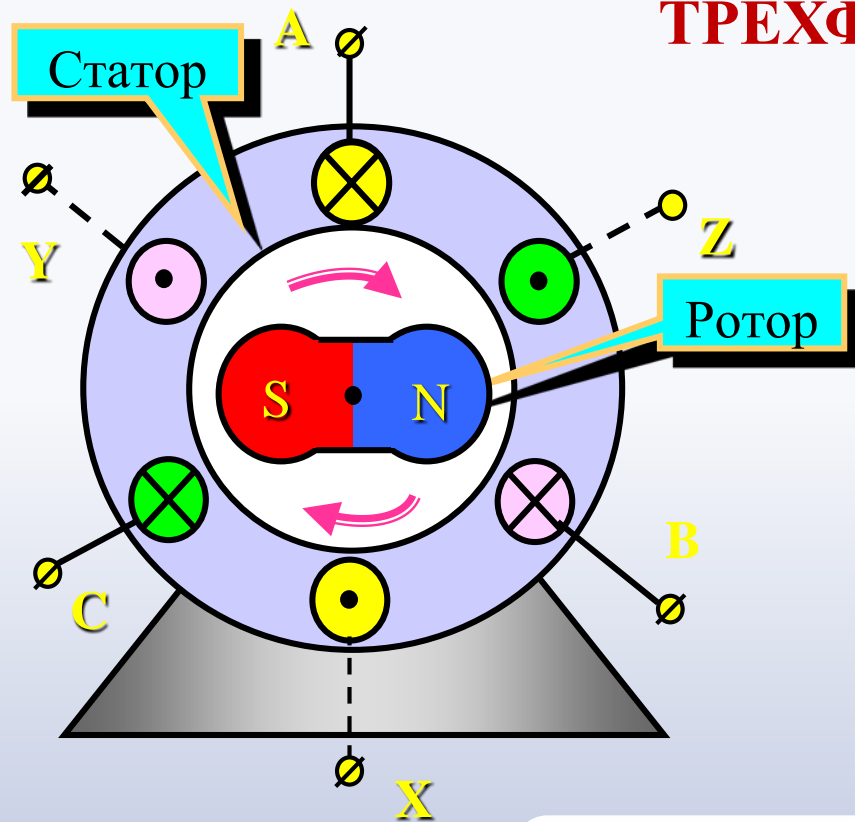
*Трехфазный двигатель,  
1891 год*



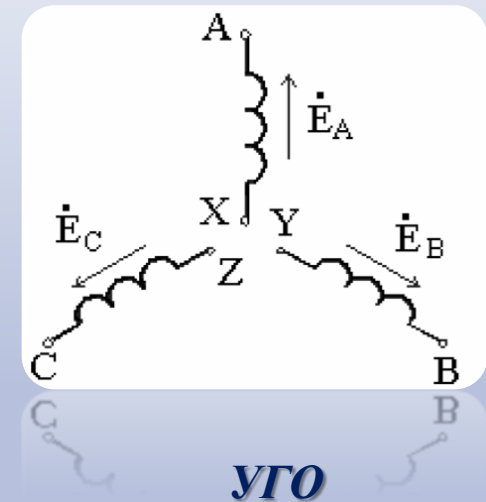
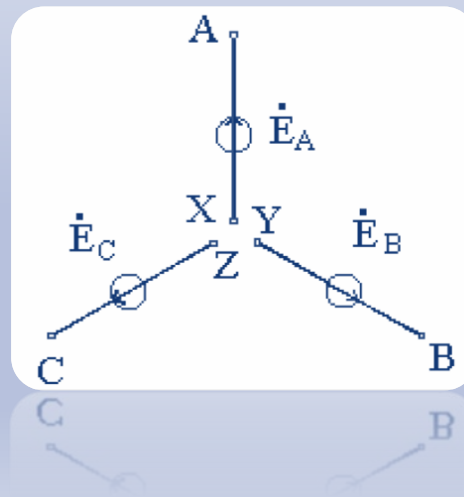
Объединение в одну цепь нескольких подобных по структуре цепей синусоидального тока одной частоты с независимыми источниками энергии создает **многофазную систему**, в которой каждая цепь является **фазой**.

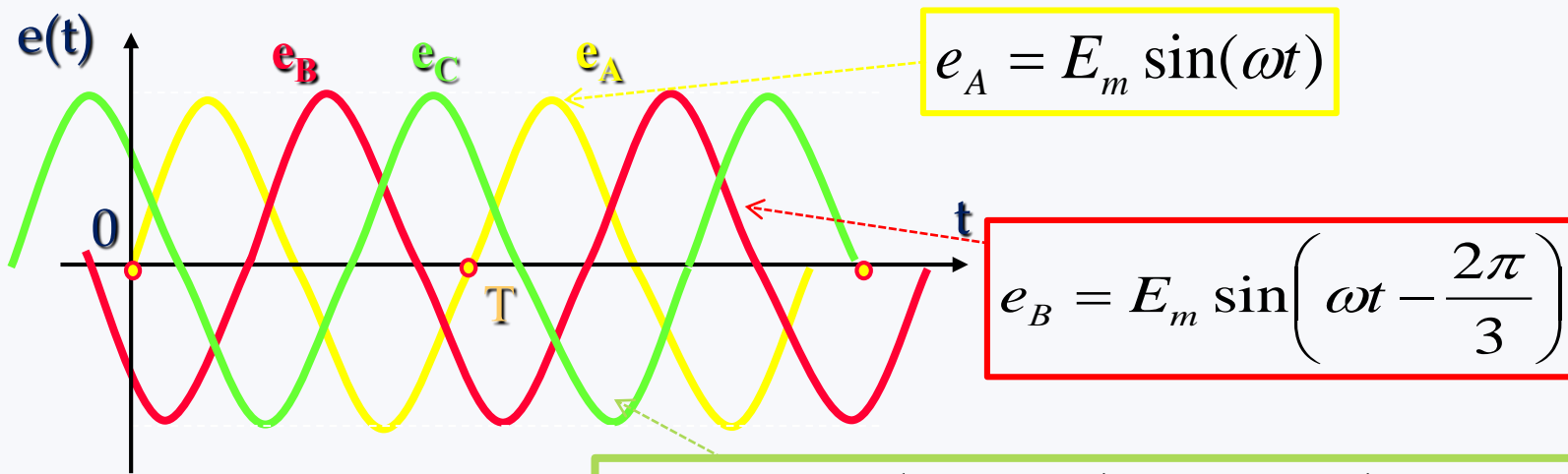
**Фаза** это участок цепи, относящийся к соответствующей обмотке генератора или трансформатора, линии и нагрузке.

# ТРЕХФАЗНЫЙ ГЕНЕРАТОР



*Начала фаз обозначены буквами  $A$ ,  $B$  и  $C$ , а концы –  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ .*

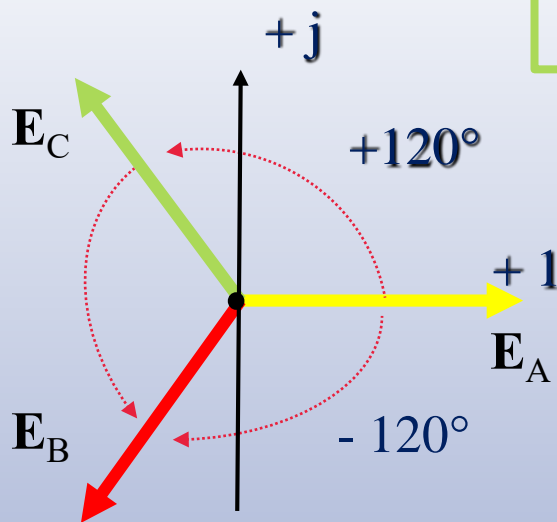




$$e_A = E_m \sin(\omega t)$$

$$e_B = E_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$e_C = E_m \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) = E_m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$



$$\dot{E}_A = E_m e^{j\varphi_A} = E_m, \quad \varphi_A = 0$$

$$\dot{E}_B = E_m e^{j\varphi_B} = E_m e^{j\left(\varphi_A - \frac{2\pi}{3}\right)} = E_m e^{-j120^\circ}, \quad \varphi_B = -\frac{2\pi}{3}$$

$$\dot{E}_C = E_m e^{j\varphi_C} = E_m e^{j\left(\varphi_A + \frac{2\pi}{3}\right)} = E_m e^{j120^\circ}, \quad \varphi_C = \frac{2\pi}{3}$$

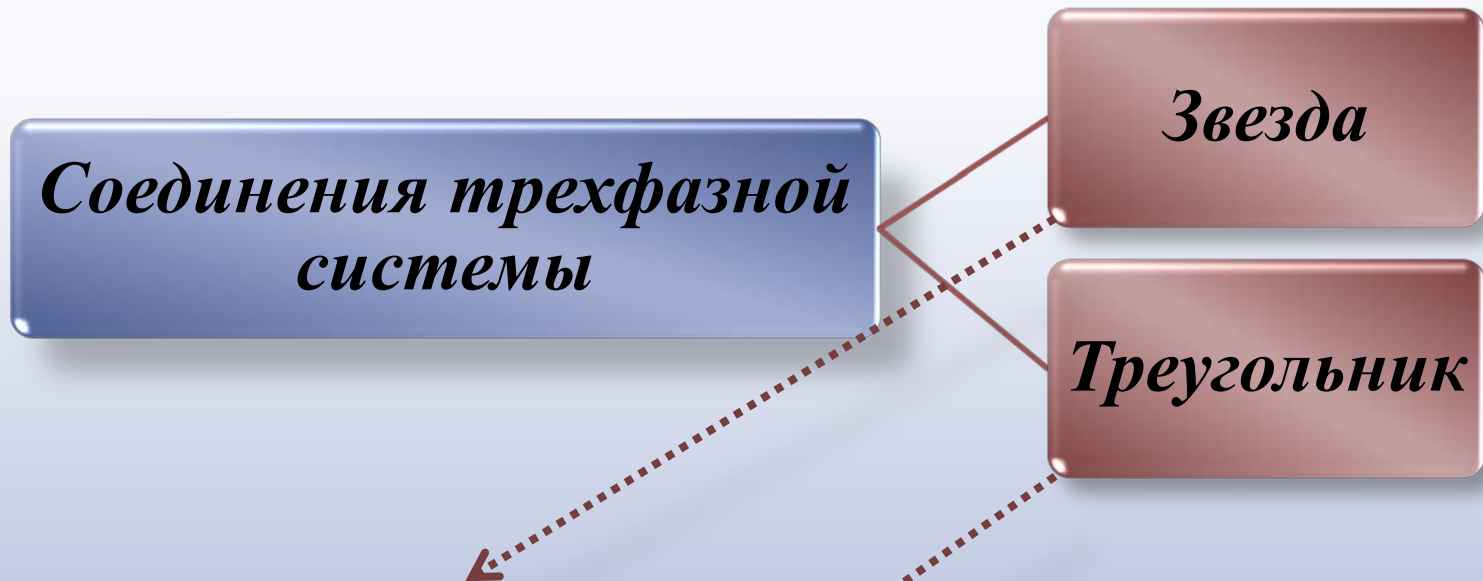
$$e^{j\frac{2\pi}{3}} = a$$

*Фазовый множитель*

$$\dot{E}_A = E_m,$$

$$\dot{E}_B = E_m a^2,$$

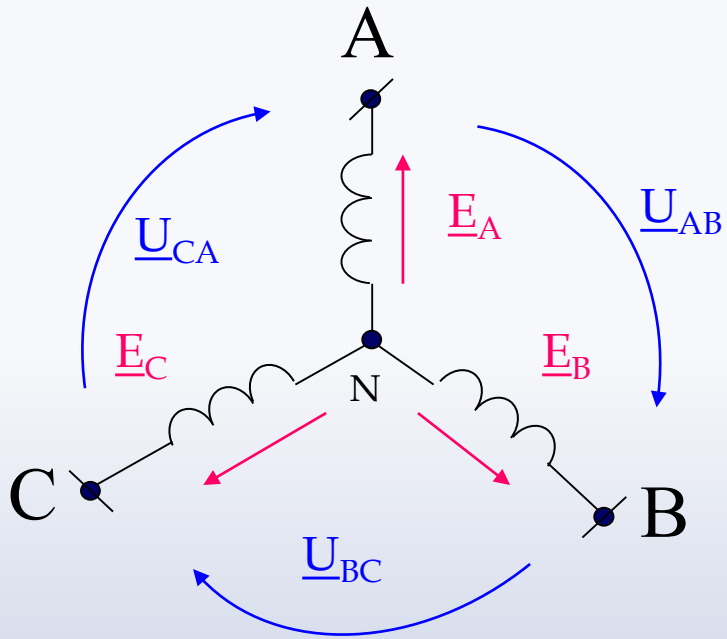
$$\dot{E}_C = E_m a.$$



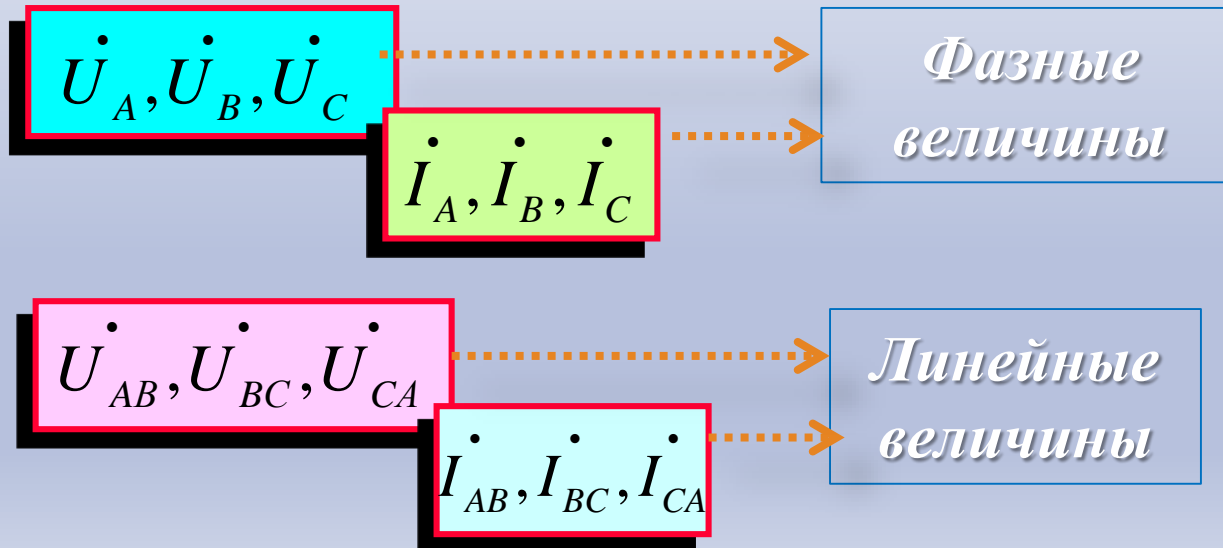
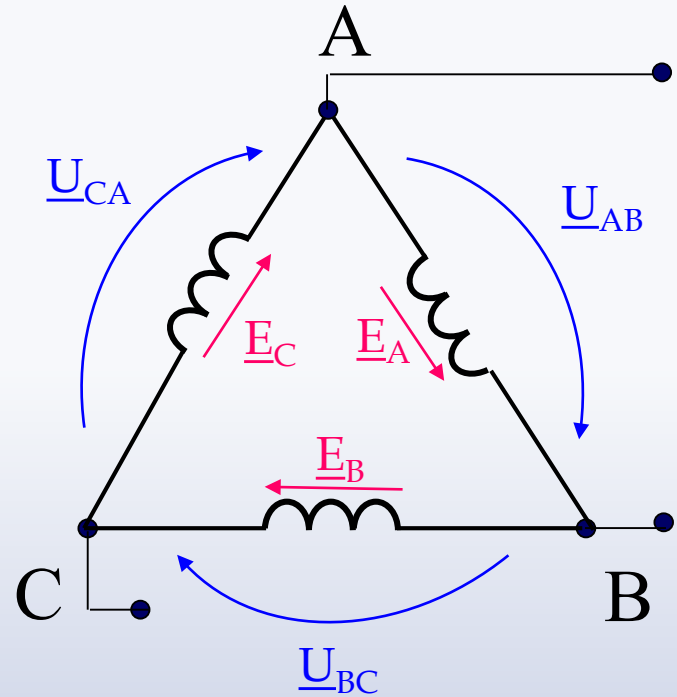
**Соединение «звездой»** это такое соединение, при котором концы обмоток источника или концы потребителя соединены в одной точке, которая называется нейтралью, нулевой или нейтральной точкой.

**Соединение «треугольником»** это такое соединение, при котором начало одной фазы соединяется с концом другой фазы.

## «Звезда»



## «Треугольник»



В трехфазных цепях различают напряжения и токи двух видов:

✓ *линейные* -

$$\dot{U}_L = \{\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}\}, \dot{I}_L = \{\dot{I}_{AB}, \dot{I}_{BC}, \dot{I}_{CA}\};$$

✓ *фазные* -

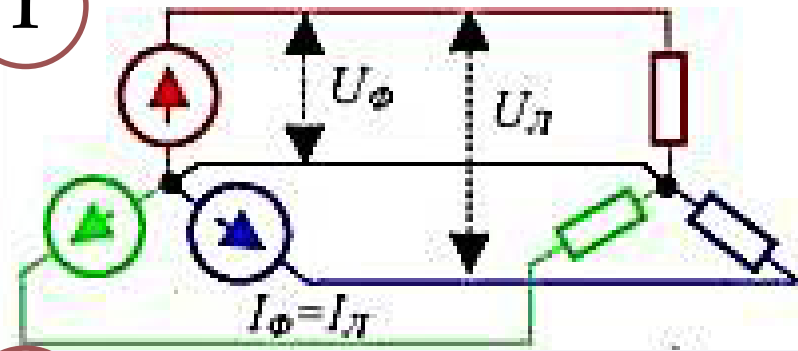
$$\dot{U}_\Phi = \{\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C\}, \dot{I}_\Phi = \{\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C\}.$$

**Фазное напряжение** - это напряжение между любым линейным проводом и нулевым проводом, или же это напряжение, приложенное к обмотке источника или к потребителю. Если сопротивлением проводов можно пренебречь, то фазное напряжение в приемнике считают таким же, как и в источнике. За условно положительные направления фазных напряжений принимают направления от начала к концу фаз. **Фазный ток** - это ток, протекающий через обмотку источника или через потребитель.

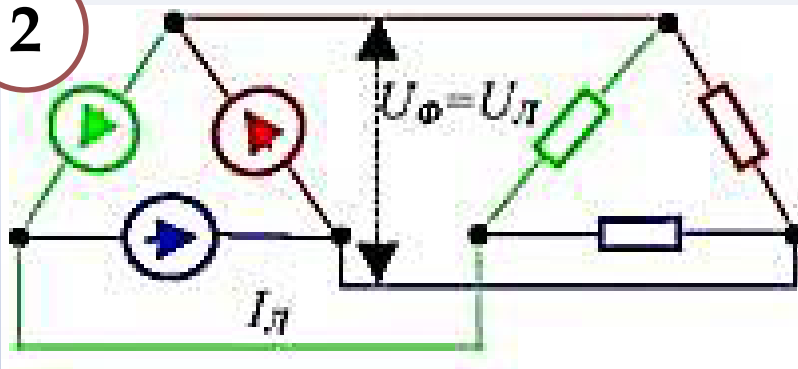
**Линейное напряжение** - это напряжение между двумя линейными проводами или это напряжение между двумя любыми фазами. Условно положительные направления линейных напряжений приняты от точек, соответствующих первому индексу, к точкам соответствующим второму индексу. **Линейный ток** - это ток, протекающий по линейному проводу.

# СОЕДИНЕНИЯ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ

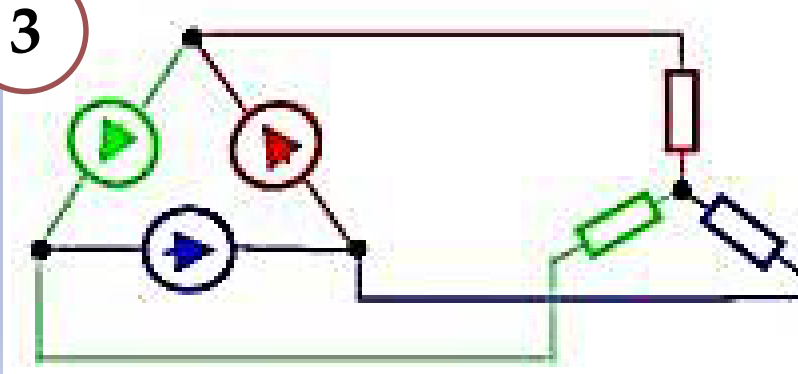
1



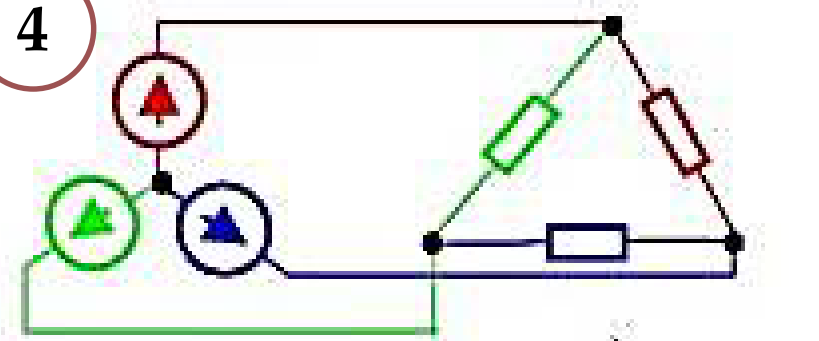
2



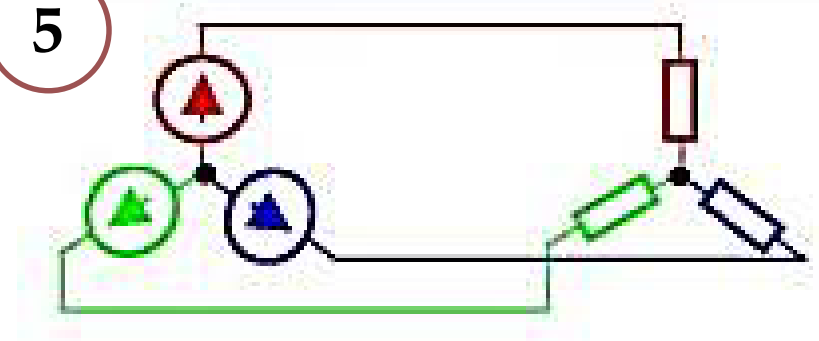
3



4



5





### **Соединение «звезда-звезда»**

Если концы фаз обмоток генератора  $X, Y, Z$  соединяют в одну общую точку  $N$ , называемую нейтральной точкой (или нейтралью), и концы фаз приемников соединяют в одну точку  $n$ , то такое соединение называется **«звезда-звезда»** (рисунок 11.7).

Провода, которые соединяют начала фаз генератора и приемника называются **линейными**:  $A - a$ ,  $B - b$  и  $C - c$ . Провод, который соединяет точку  $N$  генератора с точкой  $n$  приемника называют **нейтральным**:  $N - n$ . Соединение трехфазной цепи с нейтральным проводом называется четырехпроводной звездой, без нейтрального провода – трехпроводной звездой.

### **Соединение «треугольник-треугольник»**

Если конец каждой фазы обмотки генератора соединить с началом следующей фазы и подключить тремя линейными проводами к нагрузке, соединенной аналогичным образом, то образуется **соединение «треугольник-треугольник»**

## Условия режимов работы трехфазной цепи

### симметричный

$$\dot{Z}_p = 0;$$

$$\dot{Z}_A = \dot{Z}_B = \dot{Z}_C$$

$$E_{mA} = E_{mB} = E_{mC}$$

### несимметричный

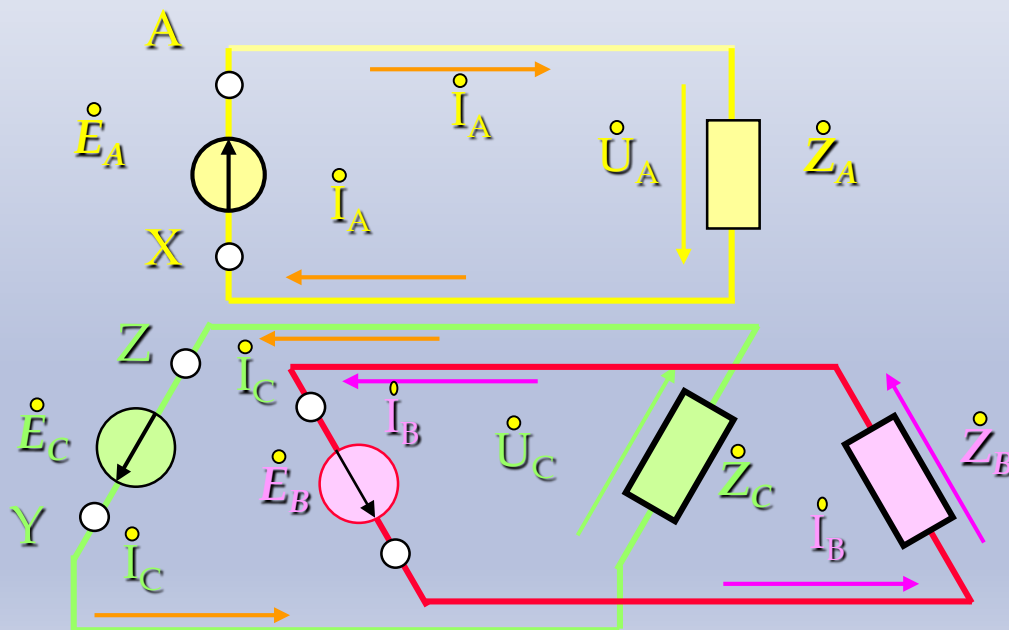
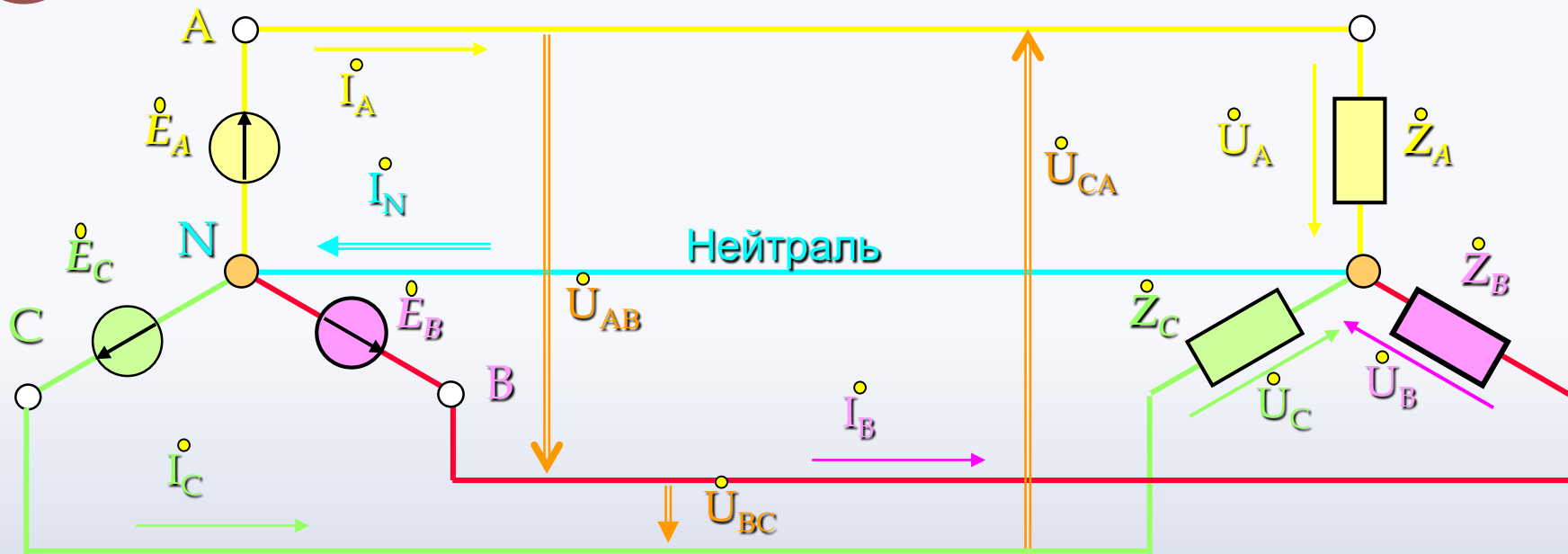
$$\dot{Z}_p \neq 0;$$

$$\dot{Z}_A \neq \dot{Z}_B \neq \dot{Z}_C$$

$$E_{mA} \neq E_{mB} \neq E_{mC}$$

1

# СИММЕТРИЧНЫЙ РЕЖИМ трехфазной цепи



$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A}{\dot{Z}_A}$$

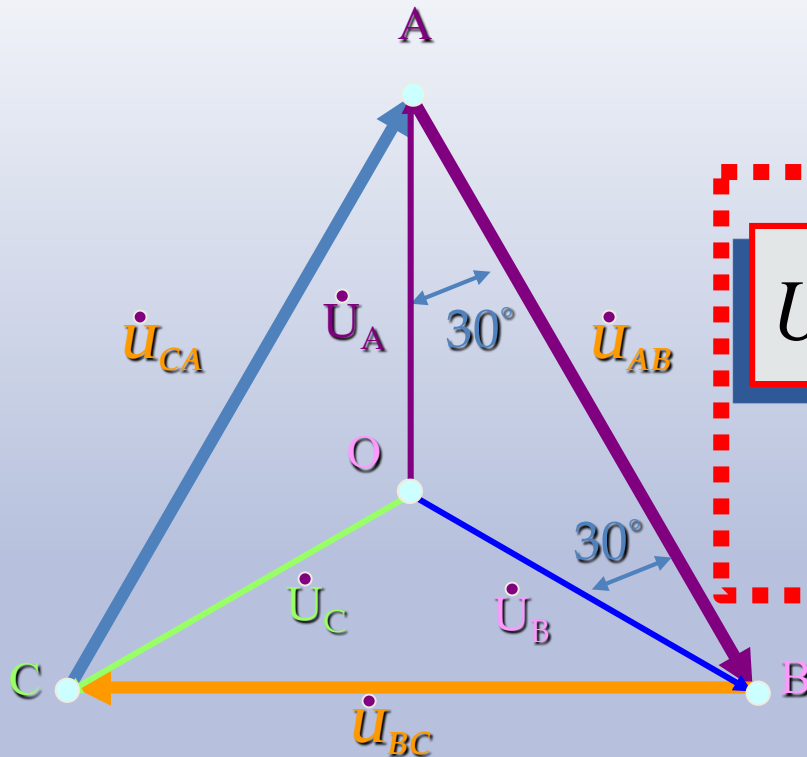
$$\dot{I}_B = \frac{\dot{E}_B}{\dot{Z}_B}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{E}_C}{\dot{Z}_C}$$

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$$

$$U_A = U_B = U_C = U_\Phi$$

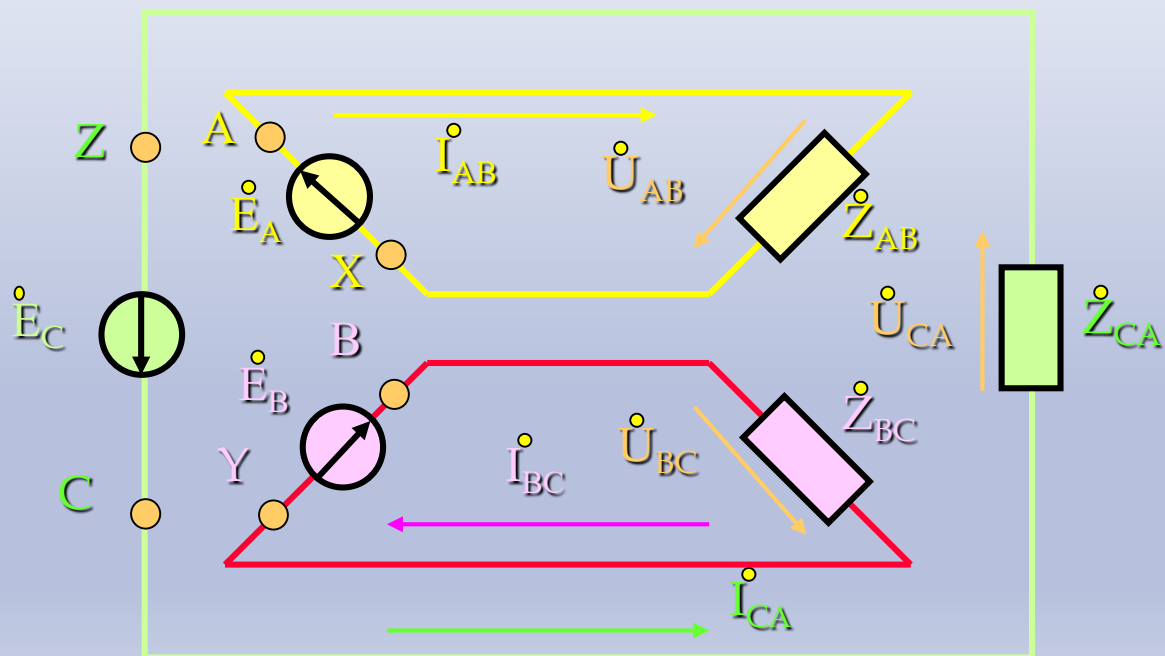
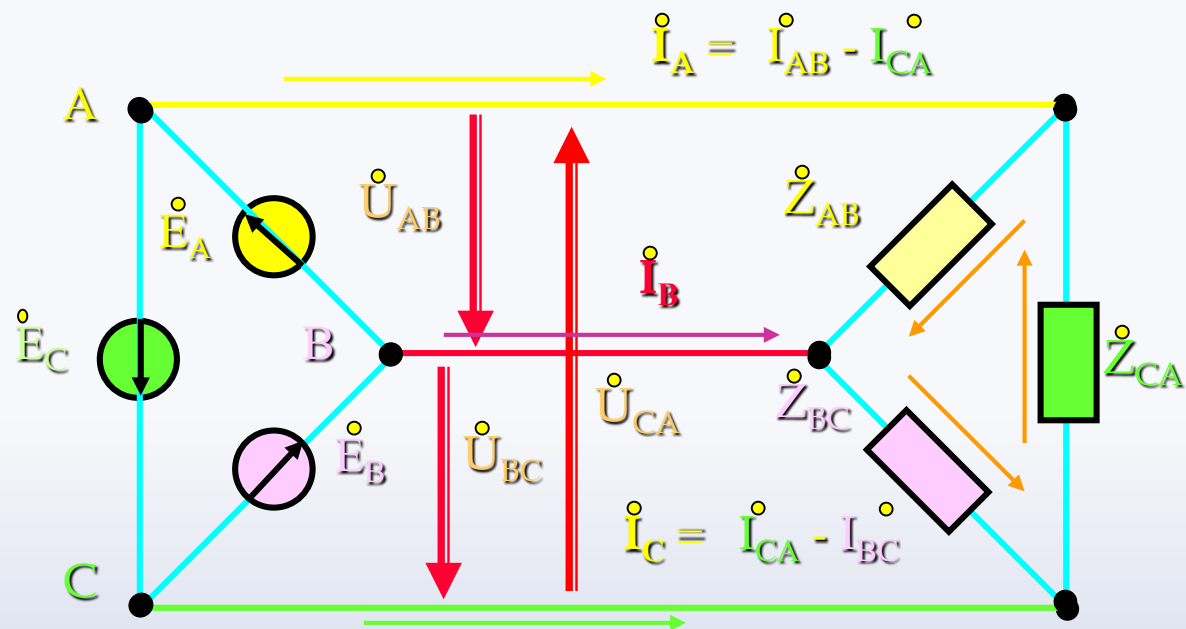
$$U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_L$$



$$U_L = 2 \cdot U_\Phi \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3} \cdot U_\Phi$$

$$I_L = I_\Phi$$

2



$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{\dot{Z}_{AB}}$$

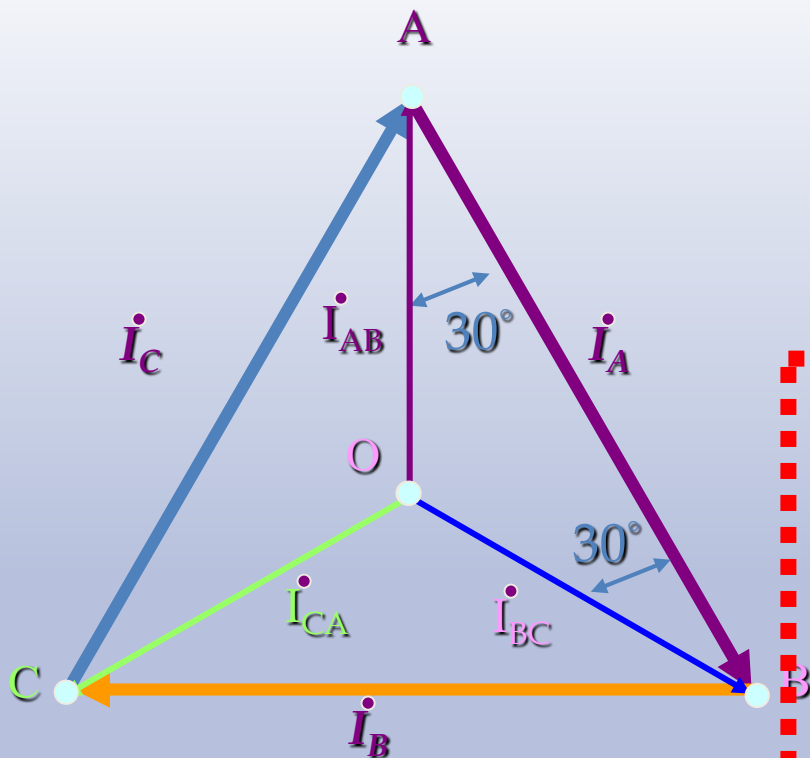
$$\dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{\dot{Z}_{BC}}$$

$$\dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{\dot{Z}_{CA}}$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB}$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC}$$



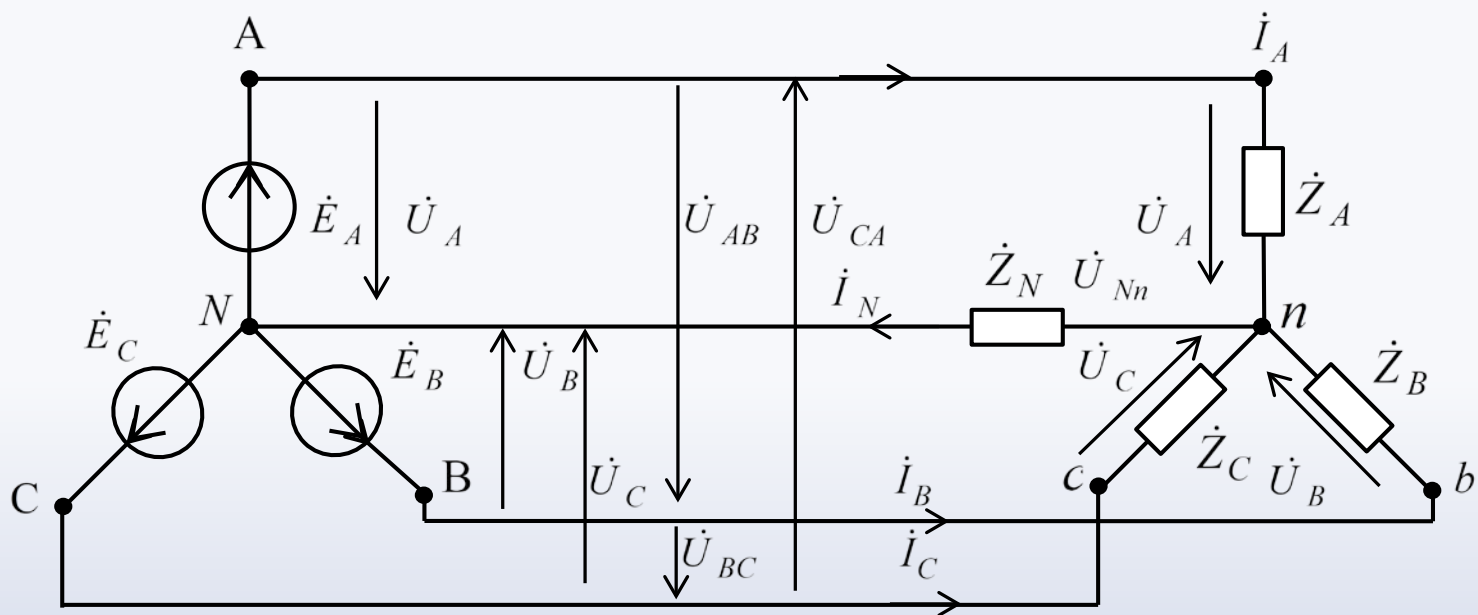
$$I_A = I_B = I_C = I_\phi$$

$$I_{AB} = I_{BC} = I_{CA} = I_\mathcal{L}$$

$$I_\mathcal{L} = 2 \cdot I_\phi \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3} \cdot I_\phi$$

$$U_\mathcal{L} = U_\phi$$

# НЕСИММЕТРИЧНЫЙ РЕЖИМ РАБОТЫ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ



1. Общий случай -  $\dot{Z}_A \neq \dot{Z}_B \neq \dot{Z}_C$  и  $\dot{Z}_N \neq 0$ , и при  $\dot{Z}_N = 0$ .
2. Случай, когда  $\dot{Z}_A \in [0, \infty]$ , а  $\dot{Z}_B = \dot{Z}_C$ .
3. Случай, когда каждая фаза приемника состоит из различных по физической природе элементов:  $\dot{Z}_A \rightarrow C$ ,  $\dot{Z}_B \rightarrow L$ ,  $\dot{Z}_C \rightarrow R$ .

1

$$\dot{Z}_A \neq \dot{Z}_B \neq \dot{Z}_C$$

$$\varphi_A \neq \varphi_B \neq \varphi_C$$

$$\dot{Z}_N \neq 0$$

$$\dot{Y}_A = \frac{1}{\dot{Z}_A}, \quad \dot{Y}_B = \frac{1}{\dot{Z}_B}, \quad \dot{Y}_C = \frac{1}{\dot{Z}_C}, \quad \dot{Y}_N = \frac{1}{\dot{Z}_N}$$

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}'_A}{\dot{Z}_A}, \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{U}'_B}{\dot{Z}_B}, \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{U}'_C}{\dot{Z}_C}$$

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$$

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{Y}_A \dot{U}_A + \dot{Y}_B \dot{U}_B + \dot{Y}_C \dot{U}_C}{\dot{Y}_A + \dot{Y}_B + \dot{Y}_C + \dot{Y}_N}$$

$$\dot{U}'_A = \dot{U}_A - \dot{U}_{nN},$$

$$\dot{U}'_B = \dot{U}_B - \dot{U}_{nN},$$

$$\dot{U}'_C = \dot{U}_C - \dot{U}_{nN}.$$

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}'_A}{\dot{Z}_A} = \dot{U}'_A \cdot \dot{Y}_A,$$

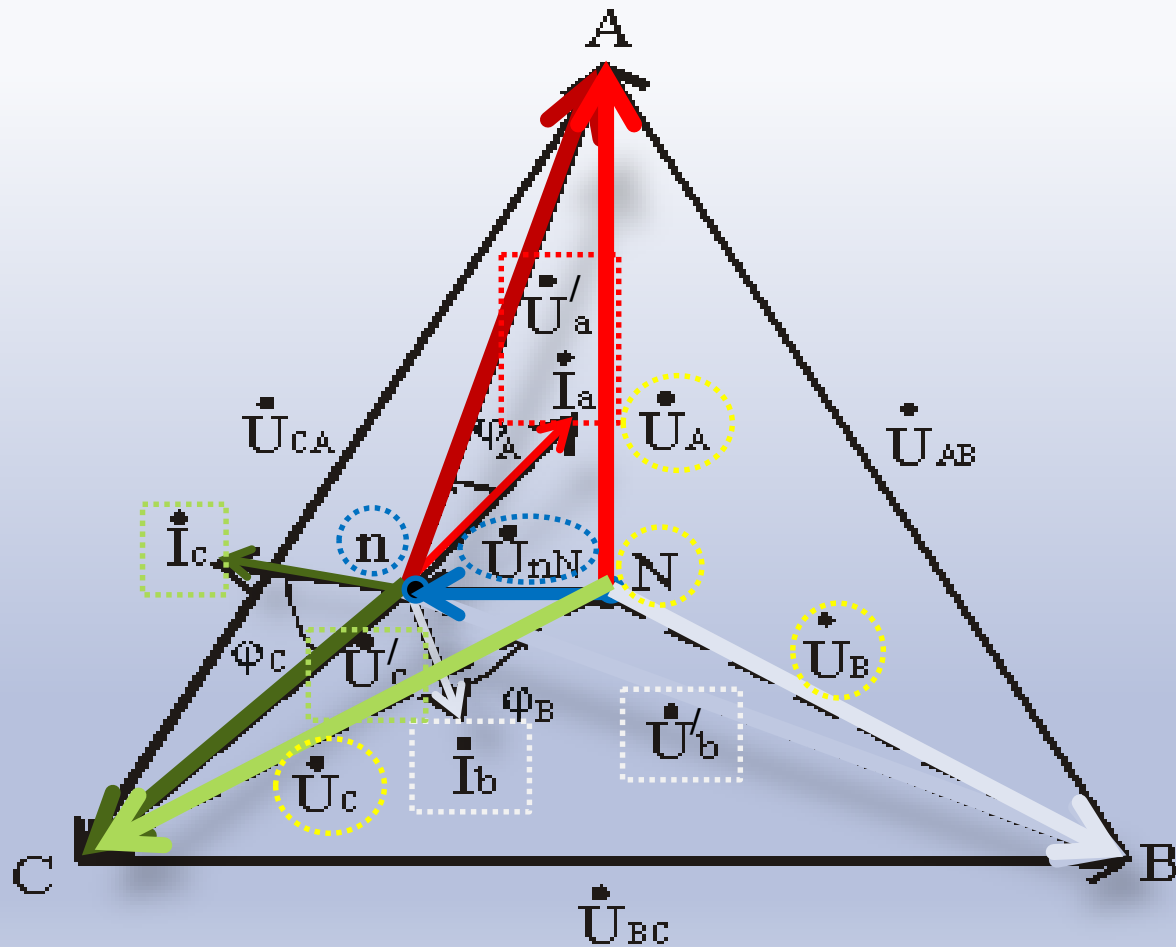
$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}'_B}{\dot{Z}_B} = \dot{U}'_B \cdot \dot{Y}_B,$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}'_C}{\dot{Z}_C} = \dot{U}'_C \cdot \dot{Y}_C.$$



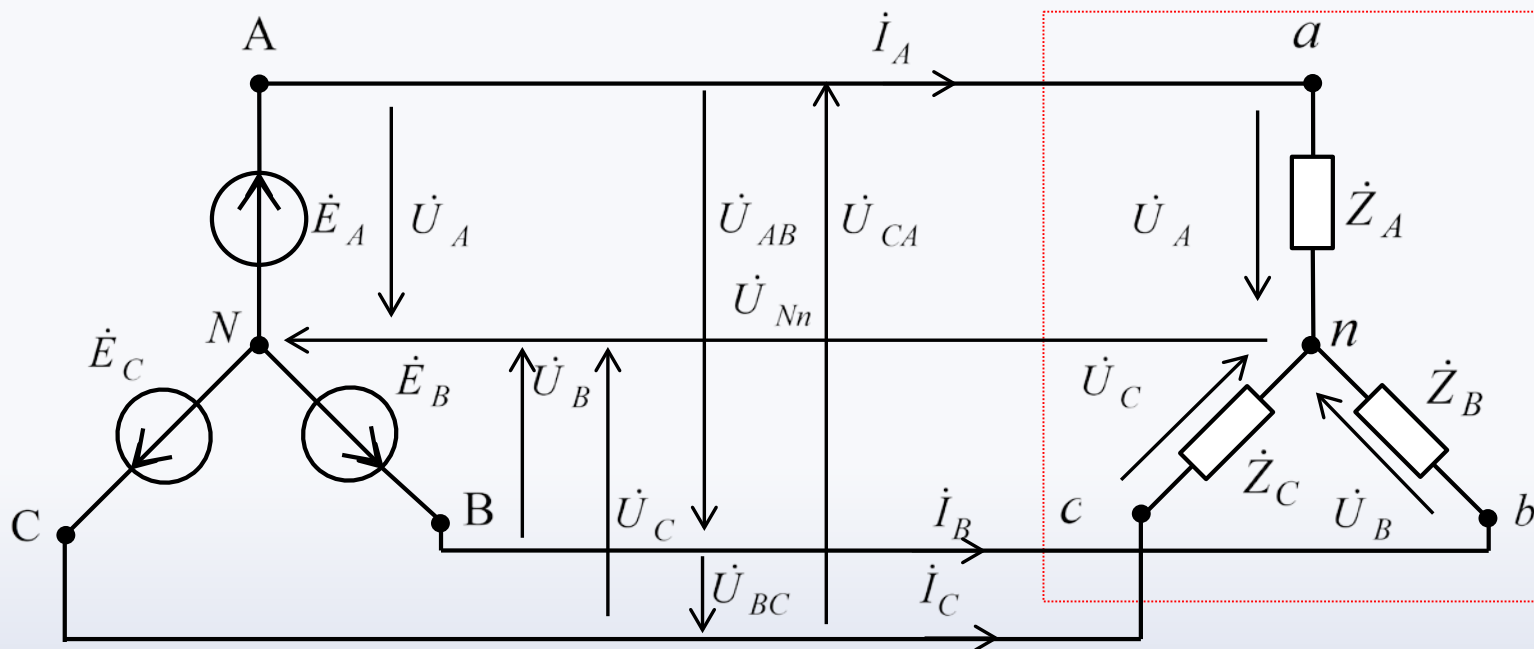
Направление смещения нейтрали зависит от последовательности фаз системы и характера нагрузки. Поэтому нейтральный провод необходим для того, чтобы:

- ✓ выравнять фазные напряжения приемника при несимметричной нагрузке;
- ✓ подключать к трехфазной цепи однофазные приемники с номинальным напряжением в  $\sqrt{3}$  раз меньше номинального линейного напряжения сети.



1

$$\dot{Z}_N = 0$$

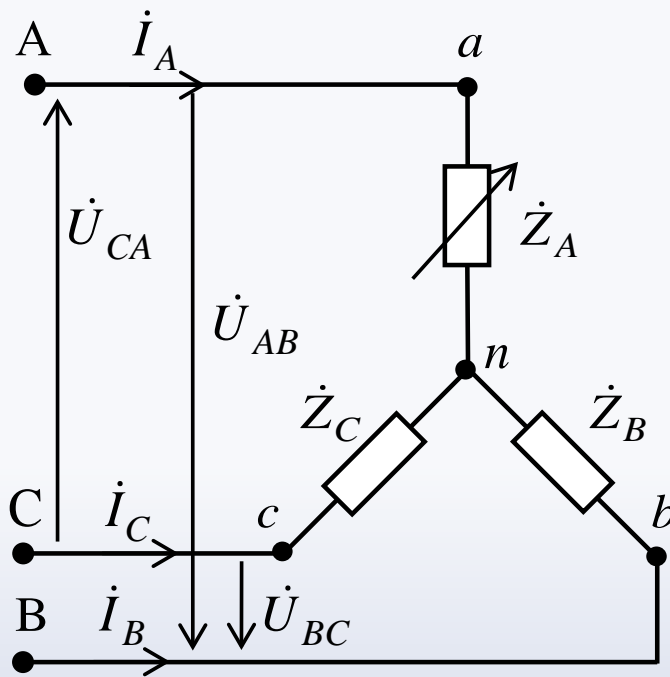


$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{Y}_A \dot{U}_A + \dot{Y}_B \dot{U}_B + \dot{Y}_C \dot{U}_C}{\dot{Y}_A + \dot{Y}_B + \dot{Y}_C}$$

2

$$\dot{Z}_A \in [0, \infty]$$

$$\dot{Z}_B = \dot{Z}_C$$



$$Y_A = g_A = \frac{1}{R_A}, Y_B = Y_C = g = \frac{1}{R}.$$

$$\dot{U}_{nN} = \frac{g_A \dot{U}_A + g \dot{U}_B + g \dot{U}_C}{g_A + 2g}$$

$$\dot{U}_{nN} = \frac{E_m (g_A - g)}{g_A + 2g}$$

$$m = \frac{g_A}{g}$$



$$\dot{U}_{nN} = E_m \cdot \frac{m - 1}{m + 2}.$$

Рассмотрим следующие случаи:

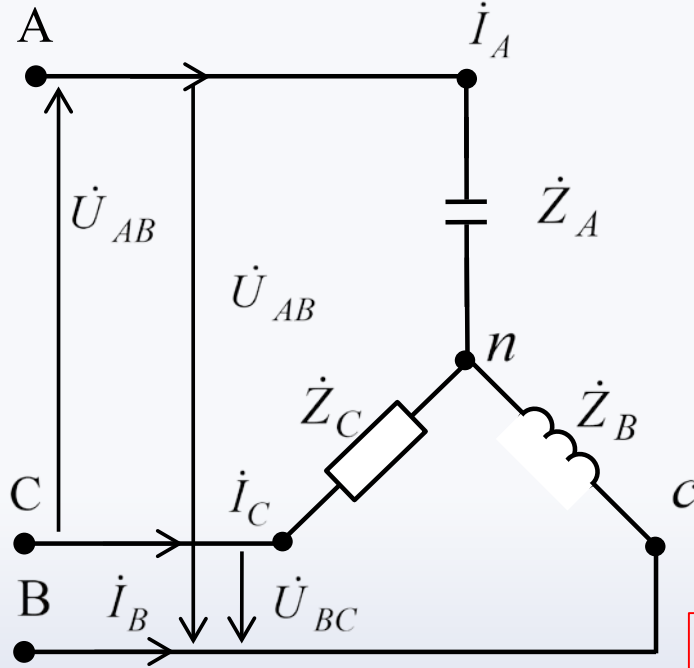
1) Если  $R_A = 0$ , тогда  $g_A \rightarrow \infty$  и  $m \neq 0$ . Напряжение смещения нейтрали будет иметь определенную величину, т.е.  $\dot{U}_{nN} \approx E_m$ , в этом случае фазные напряжения:  $\dot{U}_A = 0$ ,  $\dot{U}_B = -\dot{U}_{AB}$ ,  $\dot{U}_C = \dot{U}_{CA}$ . Фазные токи можно определить по вышеописанным формулам (11.28).

Если  $R_A \rightarrow \infty$ , тогда  $g_A \rightarrow 0$  и  $m = 0$ . Напряжение смещения нейтрали будет

иметь отрицательную величину, т.е.  $\dot{U}_{nN} \approx -\frac{E_m}{2}$ ,

3

$$\begin{aligned}\dot{Z}_A &\rightarrow C, \\ \dot{Z}_B &\rightarrow L, \\ \dot{Z}_C &\rightarrow R\end{aligned}$$



$$\dot{Y}_A = \frac{1}{\dot{Z}_A} = jb_C,$$

$$\dot{Y}_B = \frac{1}{\dot{Z}_B} = -jb_L,$$

$$\dot{Y}_C = \frac{1}{\dot{Z}_C} = g.$$

$$\dot{U}_{nN} = \frac{E_m \cdot jb_C + E_m a^2 \cdot (-jb_L) + E_m a \cdot g}{g + jb_C - jb_L}.$$

$$b_C = b_L = b,$$

$$\dot{U}_{nN} = \frac{jb \cdot E_m (1 - a^2) + E_m a \cdot g}{g} = \frac{E_m}{g} (jb(1 - a^2) + ga).$$

$$\begin{aligned}i_C &= (\dot{E}_C - \dot{U}_{nN}) \dot{Y}_C = \left( E_m a - \frac{E_m}{g} (jb(1 - a^2) + ga) \right) g = \\ &= (E_m ag - E_m (jb(1 - a^2) + ga)) = -E_m \cdot jb(1 - a^2).\end{aligned}$$

# МОЩНОСТЬ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ

Соединение «Звезда»

$$P = P_A + P_B + P_C,$$

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C,$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

$$P_A = U_A I_A \cos \phi_A,$$

$$P_B = U_B I_B \cos \phi_B,$$

$$P_C = U_C I_C \cos \phi_C,$$

$$Q_A = U_A I_A \sin \phi_A,$$

$$Q_B = U_B I_B \sin \phi_B,$$

$$Q_C = U_C I_C \sin \phi_C.$$

$$S_A = U_A I_A,$$

$$S_B = U_B I_B,$$

$$S_C = U_C I_C.$$

$\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$  - фазные напряжения,  $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$  - фазные токи,  $\phi_A, \phi_B, \phi_C$  - углы сдвига фаз между напряжением и током.

$$\dot{U}_A = \dot{U}_B = \dot{U}_C = \dot{U}_\phi,$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_B = \dot{I}_C = \dot{I}_\phi, \quad \phi_A = \phi_B = \phi_C = \phi$$

$$P_A = P_B = P_C = P_\phi = U_\phi I_\phi \cos \phi, \quad Q_A = Q_B = Q_C = Q_\phi = U_\phi I_\phi \sin \phi.$$

$$U_\phi = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}}, I_\phi = I_{\text{л}}$$

$$P = 3P_\phi = 3U_\phi I_\phi \cos \phi,$$
$$Q = 3Q_\phi = 3U_\phi I_\phi \sin \phi,$$

$$S = 3S_\phi = 3U_\phi I_\phi.$$

# МОЩНОСТЬ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ

Соединение «Треугольник»

$$P = P_{AB} + P_{BC} + P_{CA},$$

$$Q = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA},$$

$$P_{AB} = U_{AB} I_{AB} \cos \varphi_{AB},$$

$$P_{BC} = U_{BC} I_{BC} \cos \varphi_{BC},$$

$$P_{CA} = U_{CA} I_{CA} \cos \varphi_{CA},$$

$$Q_{AB} = U_{AB} I_{AB} \sin \varphi_{AB},$$

$$Q_{BC} = U_{BC} I_{BC} \sin \varphi_{BC},$$

$$Q_{CA} = U_{CA} I_{CA} \sin \varphi_{CA}.$$

$$S_{AB} = U_{AB} I_{AB},$$

$$S_{BC} = U_{BC} I_{BC},$$

$$S_{CA} = U_{CA} I_{CA}.$$

$\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$  - линейные напряжения, которые равны фазным напряжениям приемника,  $\dot{I}_{AB}, \dot{I}_{BC}, \dot{I}_{CA}$  - линейные токи в каждой фазе приемника,  $\varphi_{AB}, \varphi_{BC}, \varphi_{CA}$  - углы сдвига фаз между напряжением и током.

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{BC} = \dot{U}_{CA} = \dot{U}_{\text{Л}}$$

$$\dot{I}_{AB} = \dot{I}_{BC} = \dot{I}_{CA} = \dot{I}_{\text{Л}}, \quad \phi_{AB} = \phi_{BC} = \phi_{CA} = \phi$$

$$P_{AB} = P_{BC} = P_{CA} = P_{\text{Л}} = U_{\text{Л}} I_{\text{Л}} \cos \phi,$$

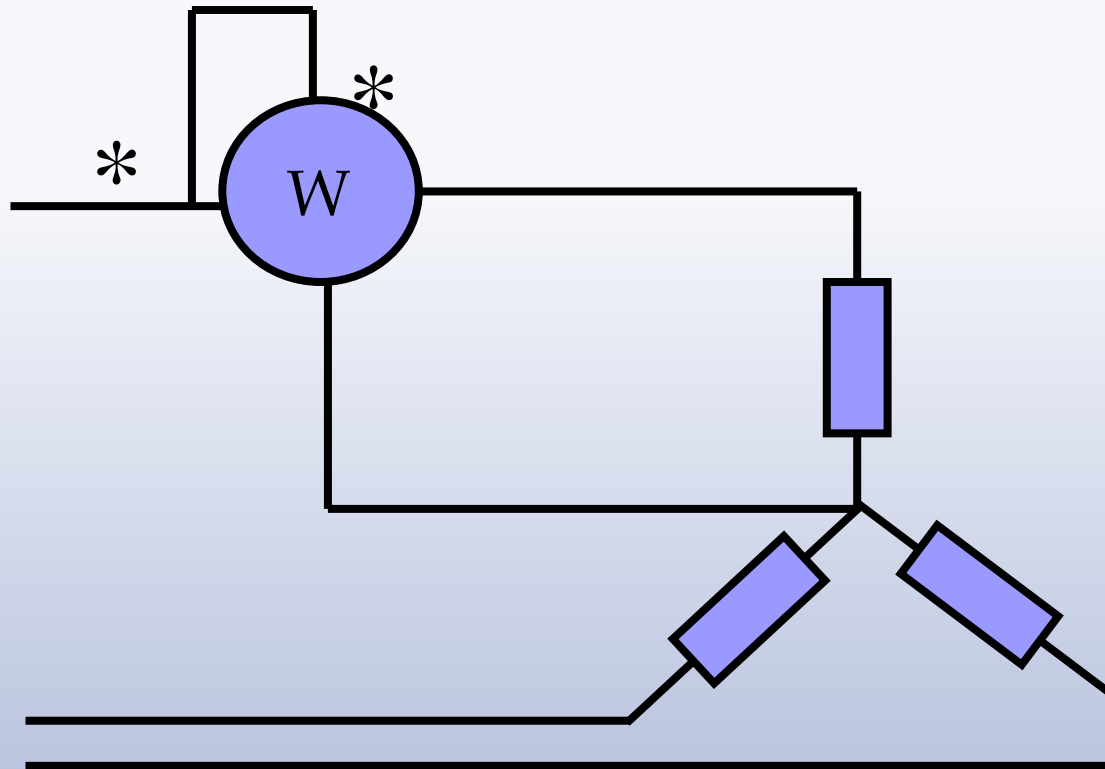
$$Q_{AB} = Q_{BC} = Q_{CA} = Q_{\text{Л}} = U_{\text{Л}} I_{\text{Л}} \sin \phi.$$

$$P = 3P_{\phi}, \quad Q = 3Q_{\phi},$$

$$S = 3S_{\phi} = 3U_{\phi} I_{\phi}.$$

$$U_{\phi} = U_{\text{Л}}, \quad I_{\phi} = \frac{I_{\text{Л}}}{\sqrt{3}}$$

# СИММЕТРИЧНЫЙ РЕЖИМ РАБОТЫ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ



## НЕСИММЕТРИЧНЫЙ РЕЖИМ РАБОТЫ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ

