

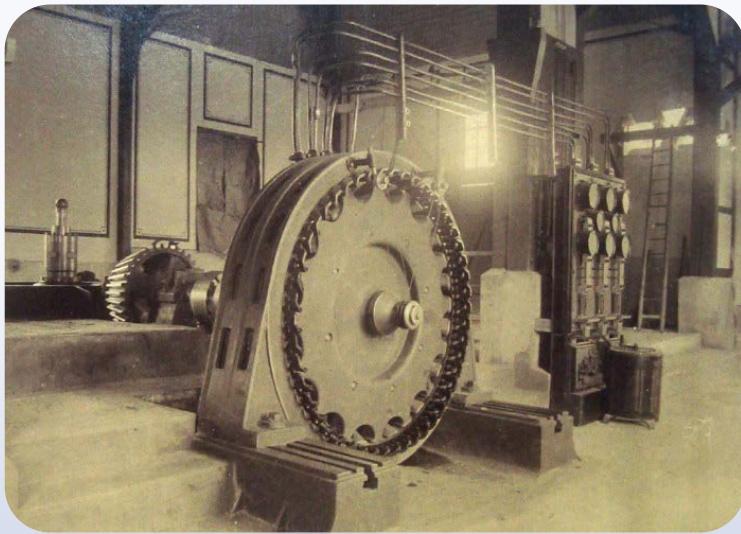
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Лектор:
к.ф.-м.н., асс.профессор Алимгазинова Назгуль Шакаримовна

6 лекция. Трехфазные цепи

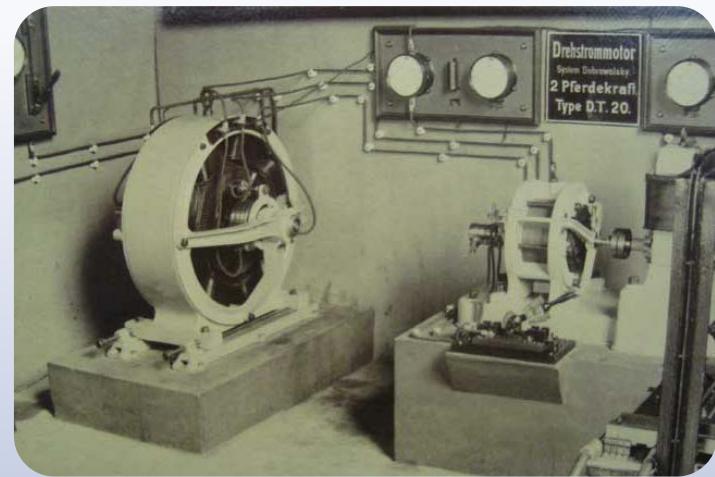


Михаил
Осипович
Доливо-
Добровольский
(1862-1919)



Трехфазный генератор,
1881 год

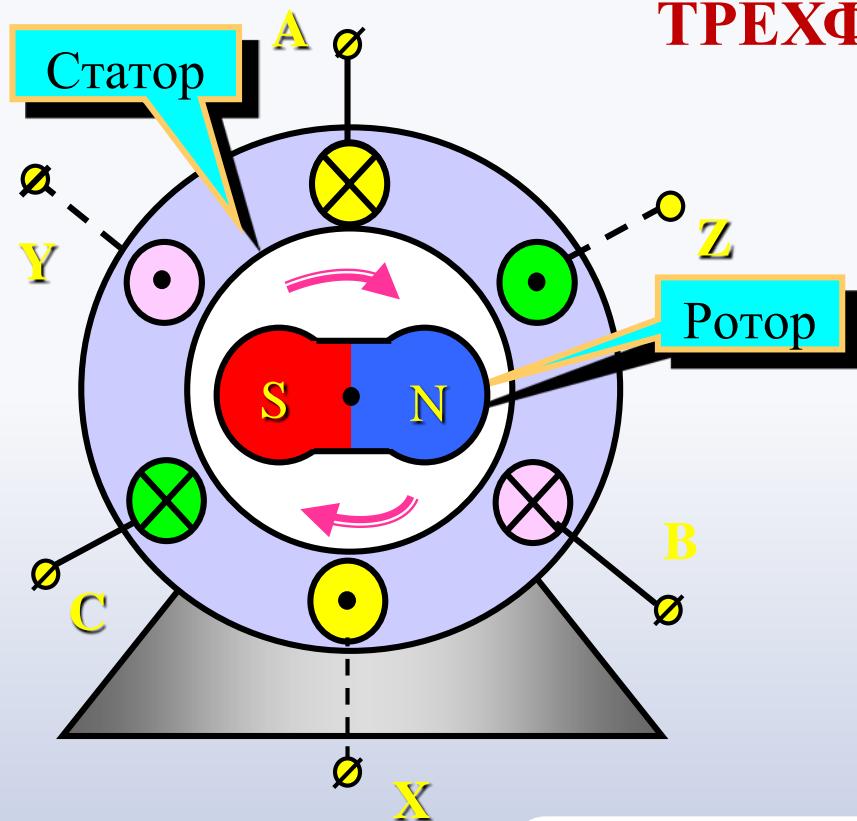
Трехфазный двигатель,
1891 год



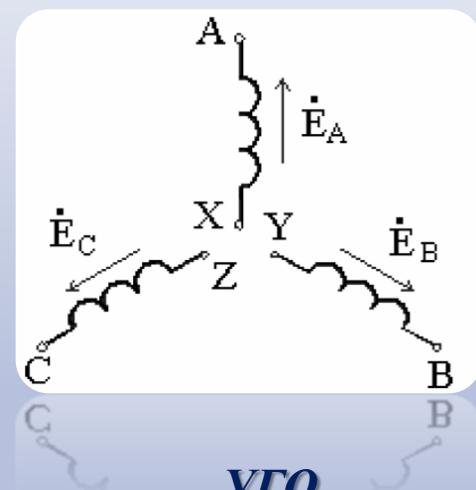
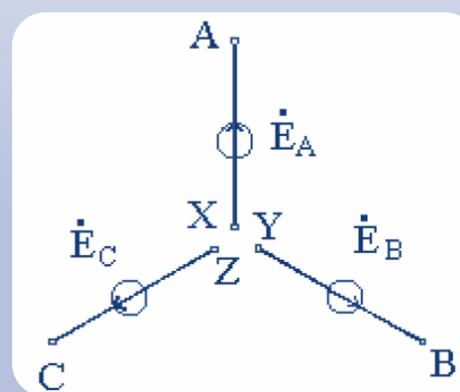
Объединение в одну цепь нескольких подобных по структуре цепей синусоидального тока одной частоты с независимыми источниками энергии создает многофазную систему, в которой каждая цепь является фазой.

Фаза это участок цепи, относящийся к соответствующей обмотке генератора или трансформатора, линии и нагрузке.

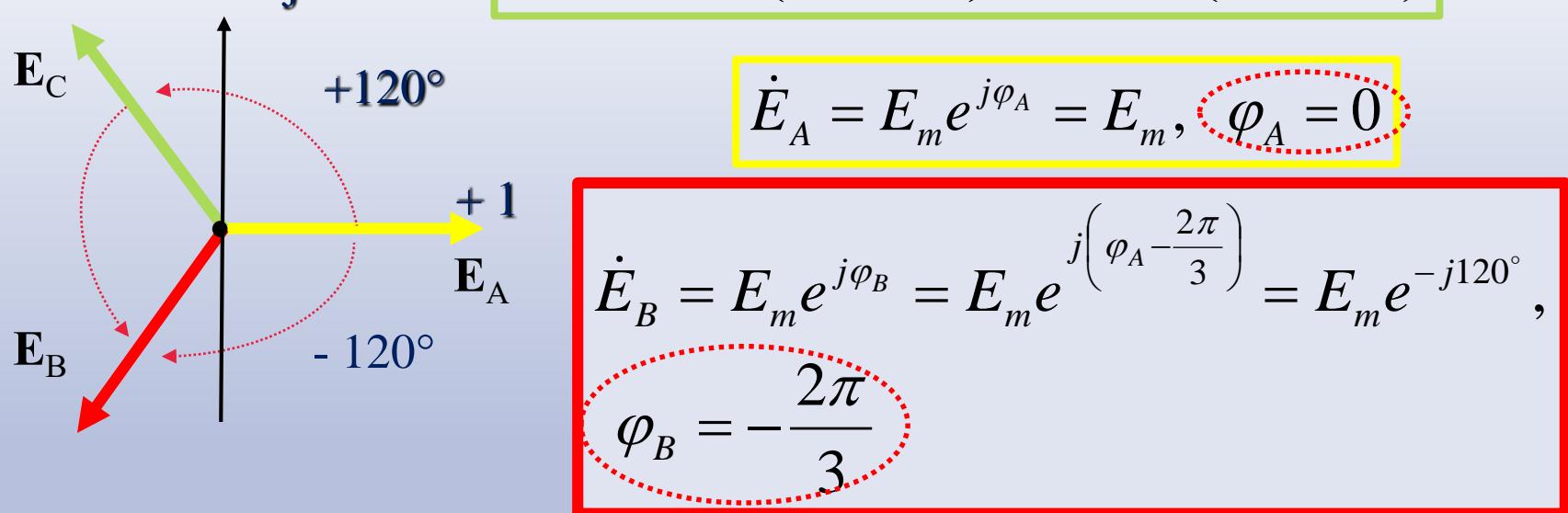
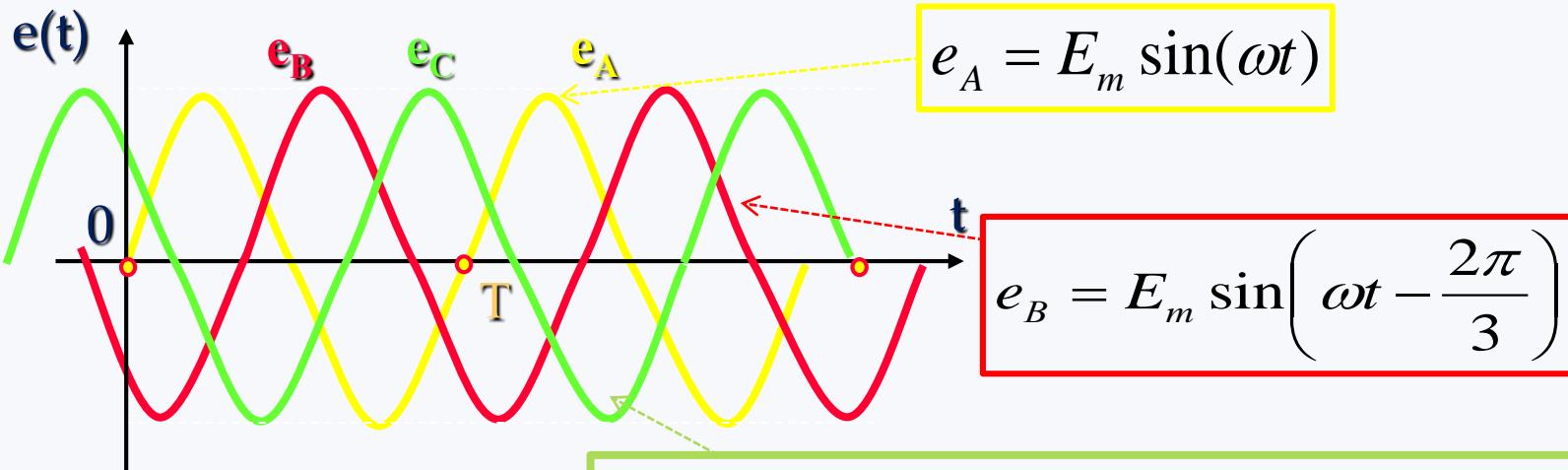
ТРЕХФАЗНЫЙ ГЕНЕРАТОР



Начала фаз обозначены буквами **A, B и C**, а концы – **X, Y, Z**.



УГО



$$\dot{E}_C = E_m e^{j\varphi_c} = E_m e^{j\left(\varphi_A + \frac{2\pi}{3}\right)} = E_m e^{j120^\circ}, \quad \varphi_C = \frac{2\pi}{3}.$$

$$e^{j\frac{2\pi}{3}} = a$$

Фазовый множитель

$$\dot{E}_A = E_m,$$

$$\dot{E}_B = E_m a^2,$$

$$\dot{E}_C = E_m a.$$

Соединения трехфазной системы

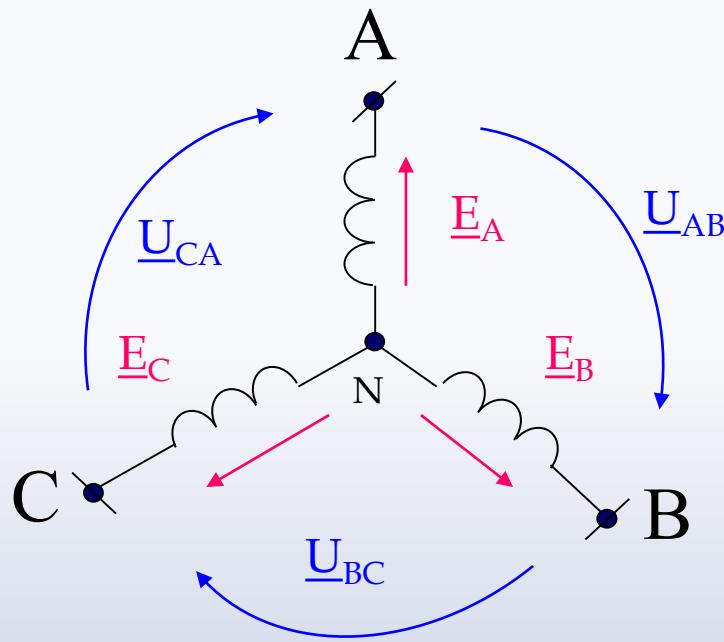
Звезда

Треугольник

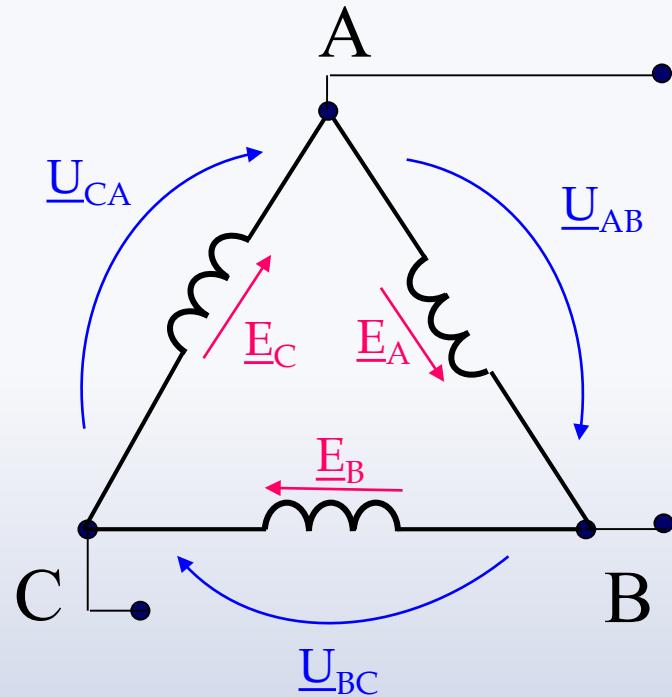
Соединение «звездой» это такое соединение, при котором концы обмоток источника или концы потребителя соединены в одной точке, которая называется нейтралью, нулевой или нейтральной точкой.

Соединение «треугольником» это такое соединение, при котором начало одной фазы соединяется с концом другой фазы.

«Звезда»



«Треугольник»



$\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$

$\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$

*Фазные
величины*

$\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$

$\dot{I}_{AB}, \dot{I}_{BC}, \dot{I}_{CA}$

*Линейные
величины*

В трехфазных цепях различают напряжения и токи двух видов:

✓ **линейные -**

$$\dot{U}_L = \{\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}\}, \dot{I}_L = \{\dot{I}_{AB}, \dot{I}_{BC}, \dot{I}_{CA}\};$$

✓ **фазные -**

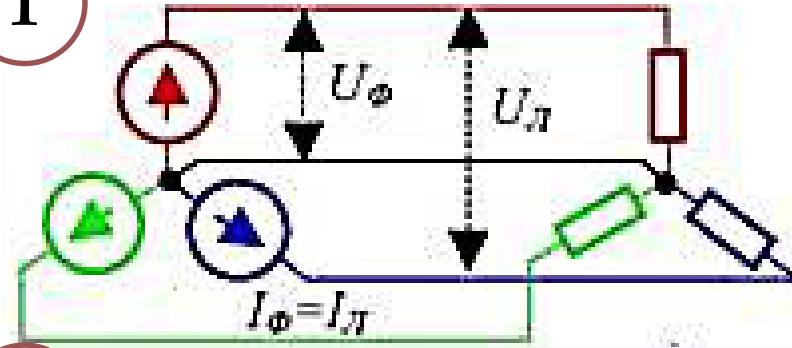
$$\dot{U}_\Phi = \{\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C\}, \dot{I}_\Phi = \{\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C\}.$$

Фазное напряжение - это напряжение между любым линейным проводом и нулевым проводом, или же это напряжение, приложенное к обмотке источника или к потребителю. Если сопротивлением проводов можно пренебречь, то фазное напряжение в приемнике считают таким же, как и в источнике. За условно положительные направления фазных напряжений принимают направления от начала к концу фаз. **Фазный ток** - это ток, протекающий через обмотку источника или через потребитель.

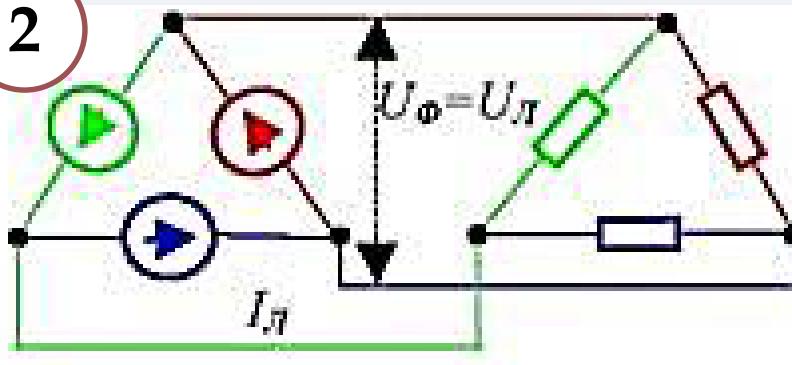
Линейное напряжение - это напряжение между двумя линейными проводами или это напряжение между двумя любыми фазами. Условно положительные направления линейных напряжений приняты от точек, соответствующих первому индексу, к точкам соответствующим второму индексу. **Линейный ток** - это ток, протекающий по линейному проводу.

СОЕДИНЕНИЯ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ

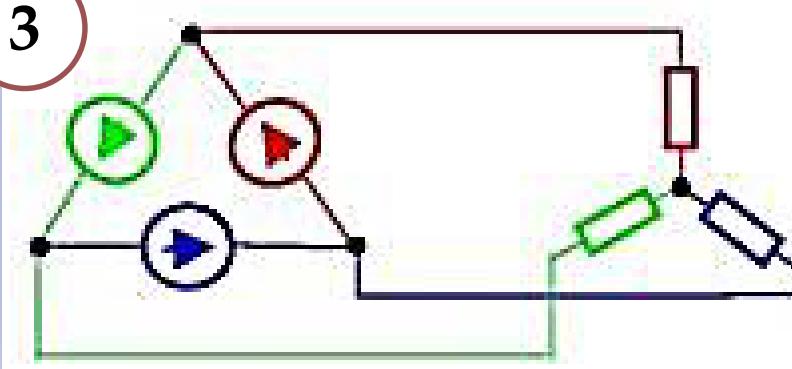
1



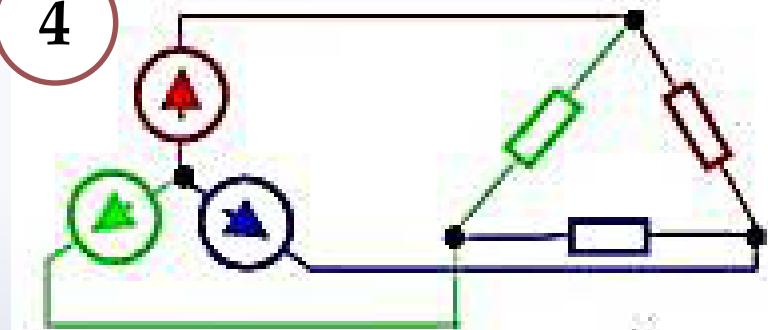
2



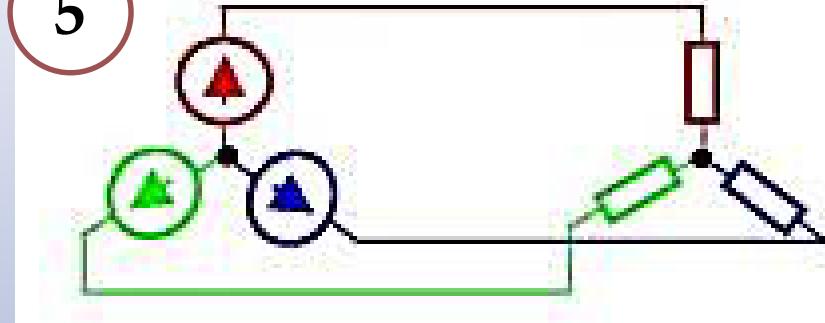
3



4



5



Соединение «звезда-звезда»

Если концы фаз обмоток генератора X, Y, Z соединяют в одну общую точку N , называемую нейтральной точкой (или нейтралью), и концы фаз приемников соединяют в одну точку n , то такое соединение называется «звезда-звезда» (рисунок 11.7).

Провода, которые соединяют начала фаз генератора и приемника называются линейными: $A - a$, $B - b$ и $C - c$. Провод, который соединяет точку N генератора с точкой n приемника называют нейтральным: $N - n$. Соединение трехфазной цепи с нейтральным проводом называется четырехпроводной звездой, без нейтрального провода – трехпроводной звездой.

Соединение «треугольник-треугольник»

Если конец каждой фазы обмотки генератора соединить с началом следующей фазы и подключить тремя линейными проводами к нагрузке, соединенной аналогичным образом, то образуется соединение «треугольник-треугольник»

Условия режимов работы трехфазной цепи

симметричный

$$\dot{Z}_p = 0;$$

$$\dot{Z}_A = \dot{Z}_B = \dot{Z}_C$$

$$E_{mA} = E_{mB} = E_{mC}$$

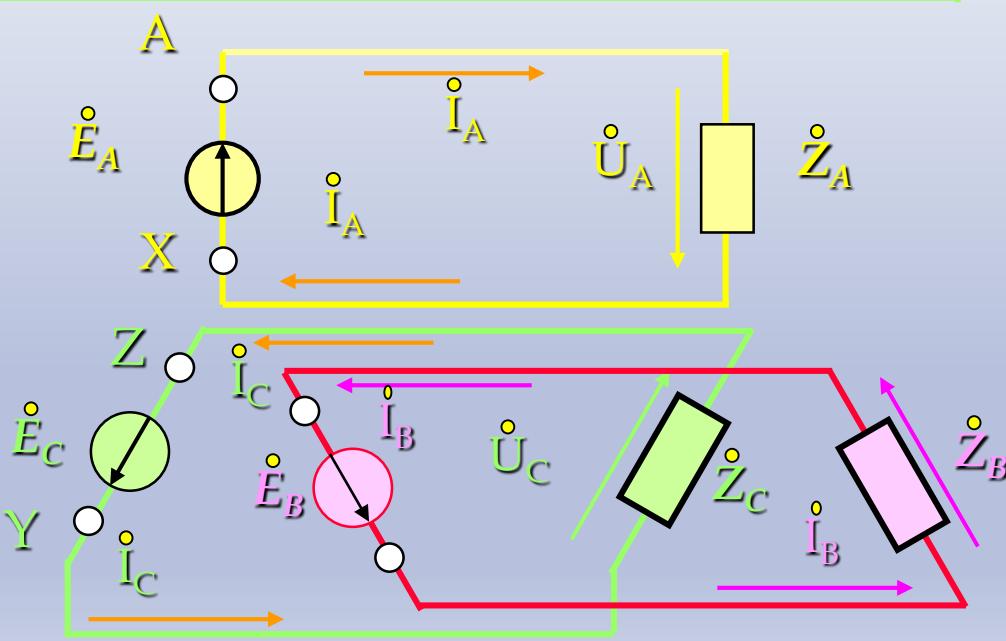
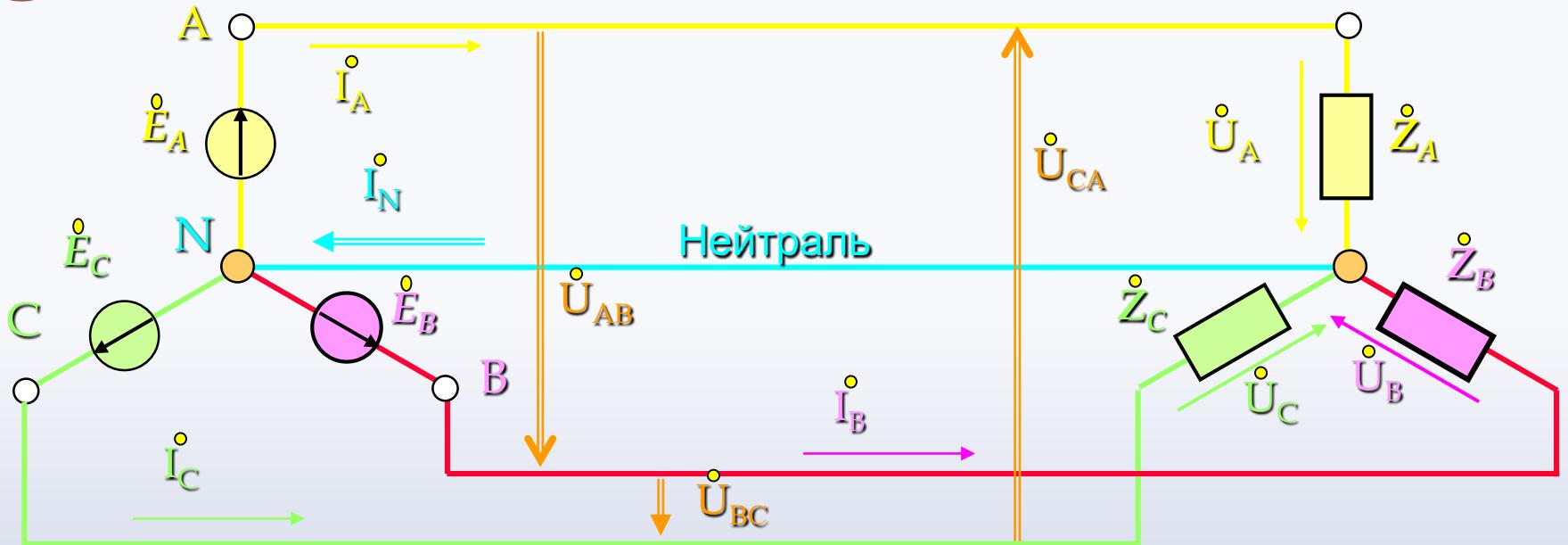
несимметричный

$$\dot{Z}_p \neq 0;$$

$$\dot{Z}_A \neq \dot{Z}_B \neq \dot{Z}_C$$

$$E_{mA} \neq E_{mB} \neq E_{mC}$$

СИММЕТРИЧНЫЙ РЕЖИМ трехфазной цепи



$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A}{\dot{Z}_A}$$

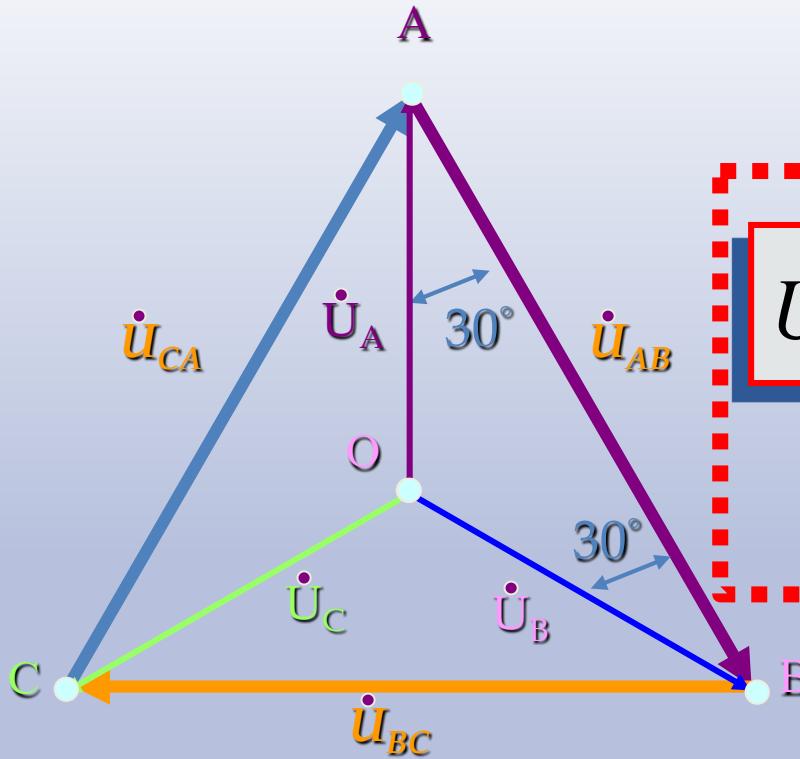
$$\dot{I}_B = \frac{\dot{E}_B}{\dot{Z}_B}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{E}_C}{\dot{Z}_C}$$

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$$

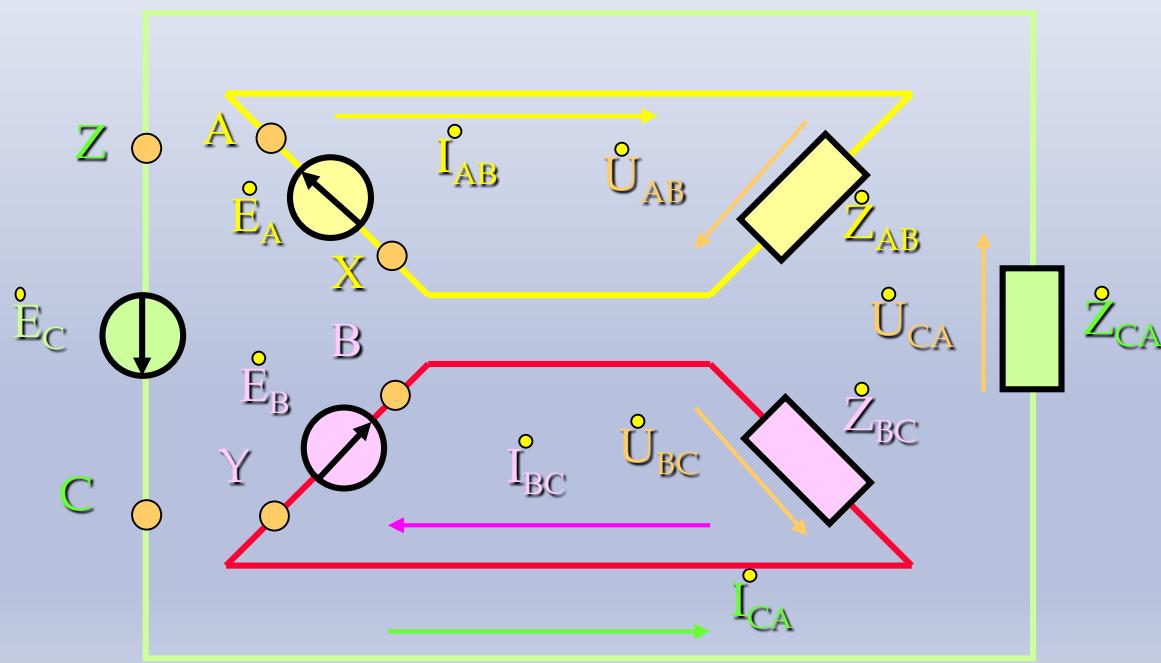
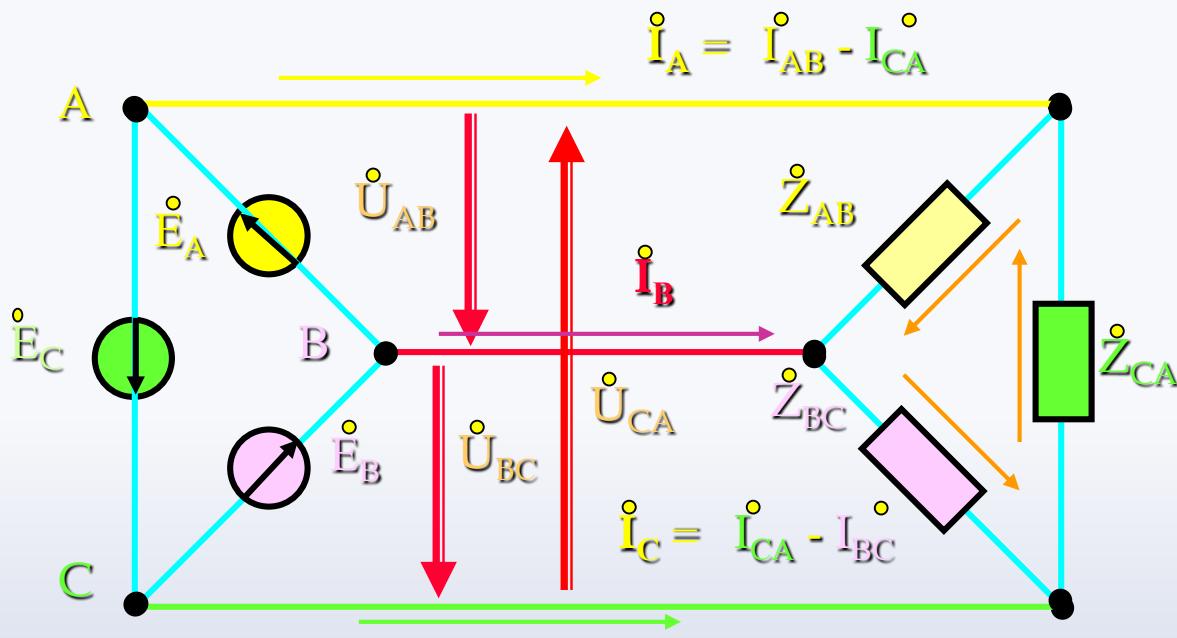
$$U_A = U_B = U_C = U_\Phi$$

$$U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_\Pi$$



$$U_\Pi = 2 \cdot U_\Phi \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3} \cdot U_\Phi$$

$$I_\Pi = I_\Phi$$



$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{\dot{Z}_{AB}}$$

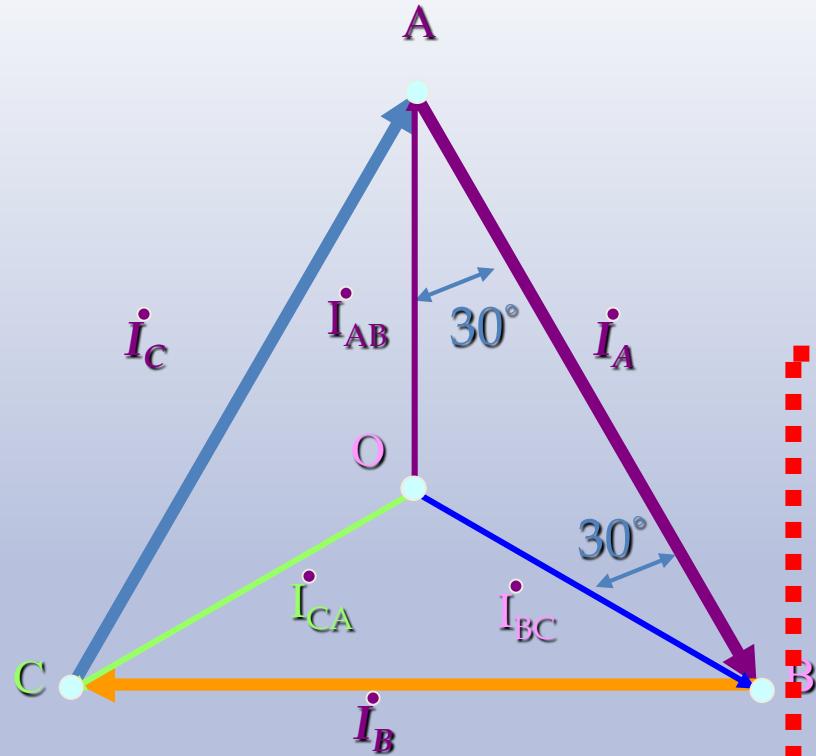
$$\dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{\dot{Z}_{BC}}$$

$$\dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{\dot{Z}_{CA}}$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB}$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC}$$



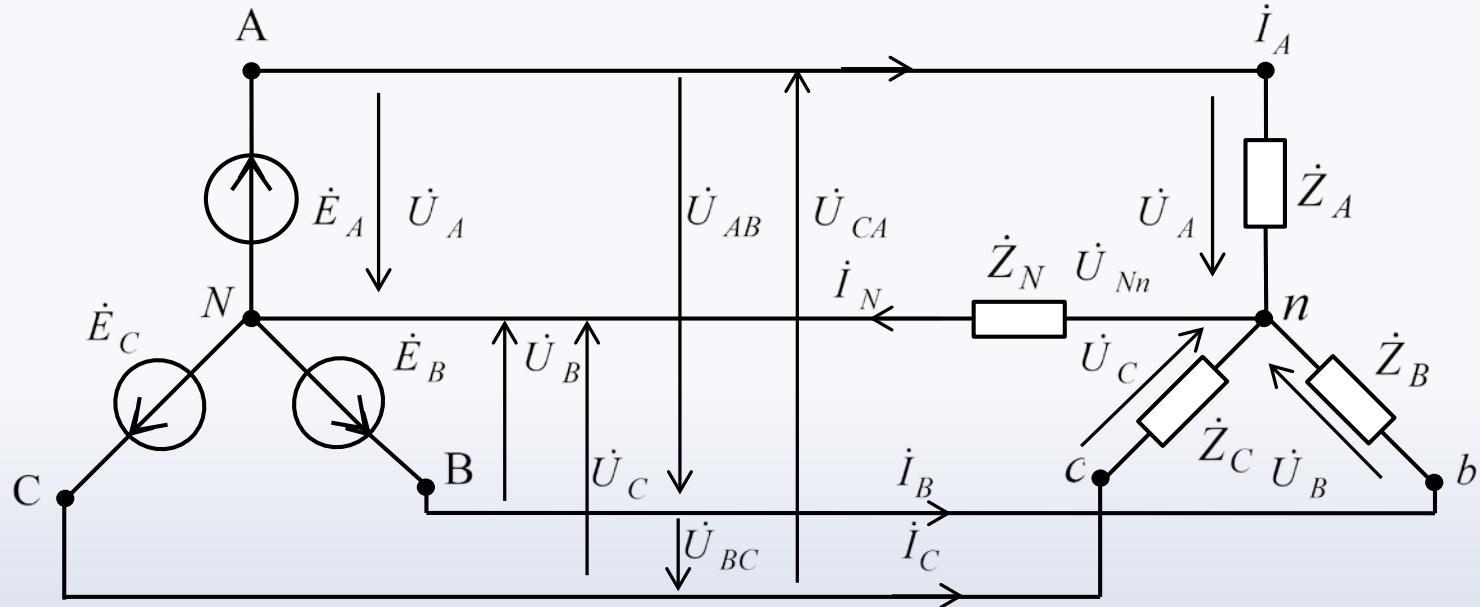
$$I_A = I_B = I_C = I_\Phi$$

$$I_{AB} = I_{BC} = I_{CA} = I_\pi$$

$$I_\pi = 2 \cdot I_\Phi \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3} \cdot I_\Phi$$

$$U_\pi = U_\Phi$$

НЕСИММЕТРИЧНЫЙ РЕЖИМ РАБОТЫ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ



- 1. Общий случай - $\dot{Z}_A \neq \dot{Z}_B \neq \dot{Z}_C$ и $\dot{Z}_N \neq 0$, и при $\dot{Z}_N = 0$.
- 2. Случай, когда $\dot{Z}_A \in [0, \infty]$, а $\dot{Z}_B = \dot{Z}_C$.
- 3. Случай, когда каждая фаза приемника состоит из различных по физической природе элементов: $\dot{Z}_A \rightarrow C$, $\dot{Z}_B \rightarrow L$, $\dot{Z}_C \rightarrow R$.

1

$$\dot{Z}_A \neq \dot{Z}_B \neq \dot{Z}_C$$

$$\varphi_A \neq \varphi_B \neq \varphi_C$$

$$\dot{Z}_N \neq 0$$

$$\dot{Y}_A = \frac{1}{\dot{Z}_A}, \quad \dot{Y}_B = \frac{1}{\dot{Z}_B}, \quad \dot{Y}_C = \frac{1}{\dot{Z}_C}, \quad \dot{Y}_N = \frac{1}{\dot{Z}_N}$$

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}'_A}{\dot{Z}_A}, \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{U}'_B}{\dot{Z}_B}, \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{U}'_C}{\dot{Z}_C}$$

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$$

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{Y}_A \dot{U}_A + \dot{Y}_B \dot{U}_B + \dot{Y}_C \dot{U}_C}{\dot{Y}_A + \dot{Y}_B + \dot{Y}_C + \dot{Y}_N}$$

$$\dot{U}'_A = \dot{U}_A - \dot{U}_{nN},$$

$$\dot{U}'_B = \dot{U}_B - \dot{U}_{nN},$$

$$\dot{U}'_C = \dot{U}_C - \dot{U}_{nN}.$$

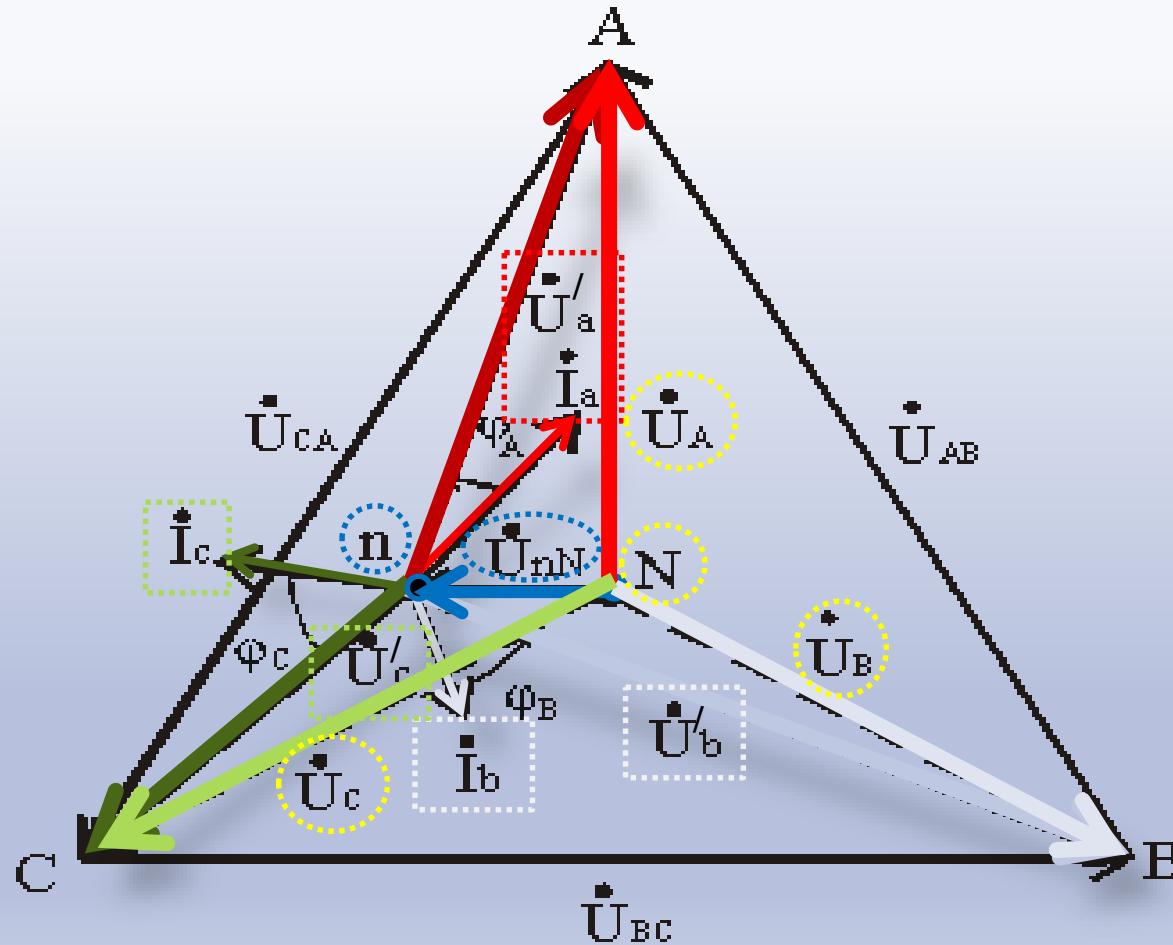
$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}'_A}{\dot{Z}_A} = \dot{U}'_A \cdot \dot{Y}_A,$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}'_B}{\dot{Z}_B} = \dot{U}'_B \cdot \dot{Y}_B,$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}'_C}{\dot{Z}_C} = \dot{U}'_C \cdot \dot{Y}_C.$$

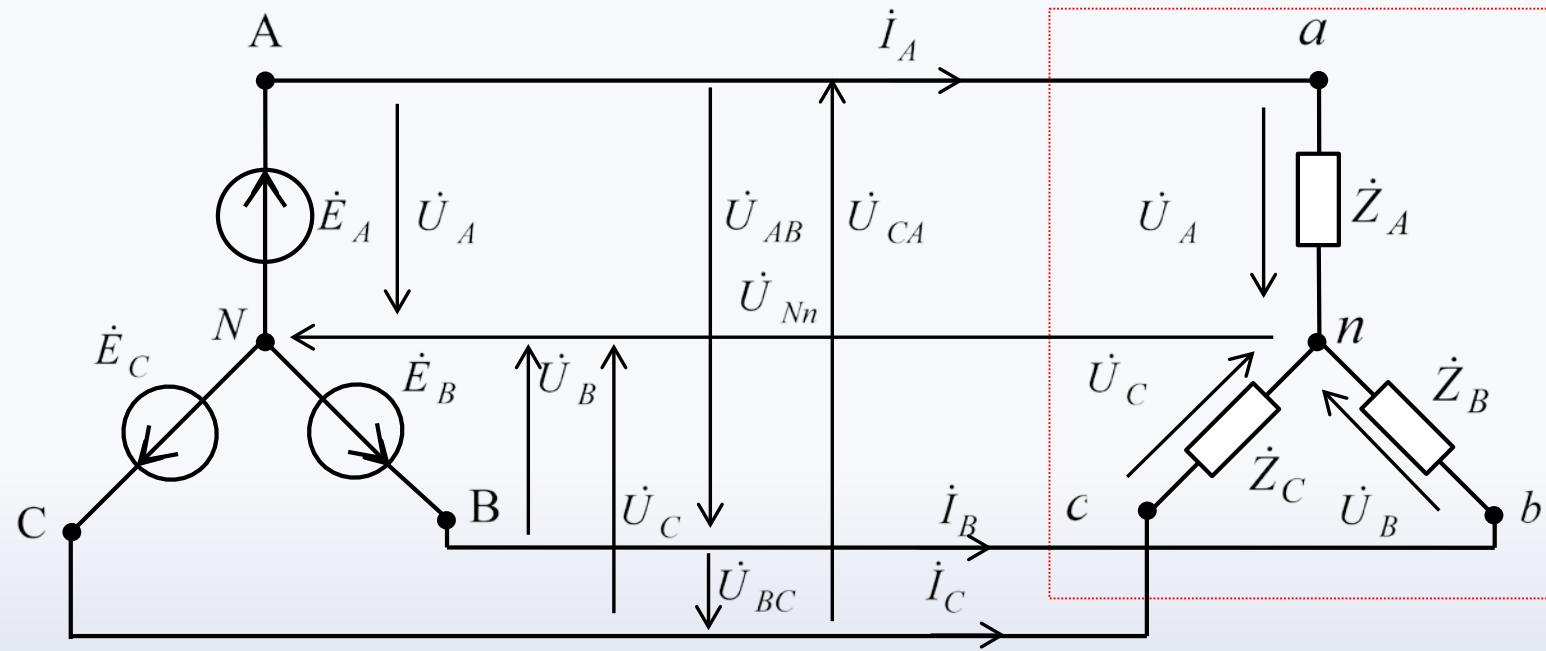
Направление смещения нейтрали зависит от последовательности фаз системы и характера нагрузки. Поэтому нейтральный провод необходим для того, чтобы:

- ✓ выравнивать фазные напряжения приемника при несимметричной нагрузке;
- ✓ подключать к трехфазной цепи однофазные приемники с номинальным напряжением в $\sqrt{3}$ раз меньше номинального линейного напряжения сети.



1

$$\dot{Z}_N = 0$$

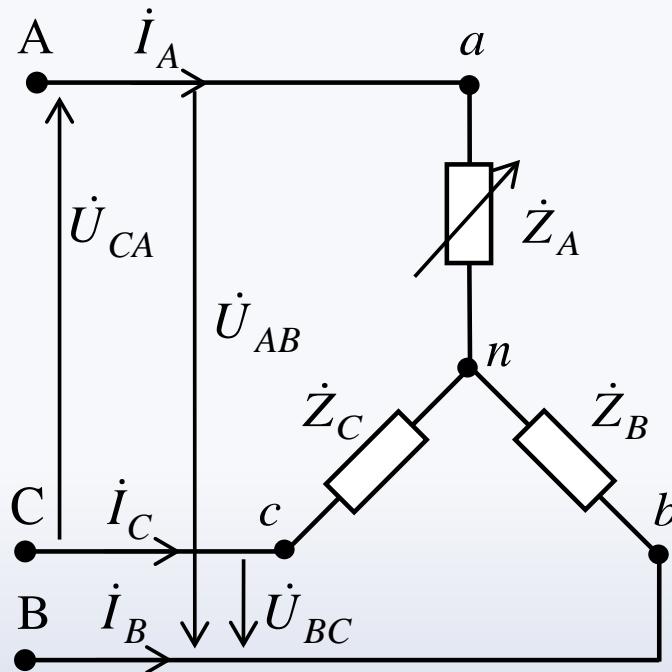


$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{Y}_A \dot{U}_A + \dot{Y}_B \dot{U}_B + \dot{Y}_C \dot{U}_C}{\dot{Y}_A + \dot{Y}_B + \dot{Y}_C}$$

2

$$\dot{Z}_A \in [0, \infty]$$

$$\dot{Z}_B = \dot{Z}_C$$



$$Y_A = g_A = \frac{1}{R_A}, \quad Y_B = Y_C = g = \frac{1}{R}$$

$$\dot{U}_{nN} = \frac{g_A \dot{U}_A + g \dot{U}_B + g \dot{U}_C}{g_A + 2g}$$

$$\dot{U}_{nN} = \frac{E_m(g_A - g)}{g_A + 2g}$$

$$m = \frac{g_A}{g}$$

\rightarrow

$$\dot{U}_{nN} = E_m \cdot \frac{m-1}{m+2}.$$

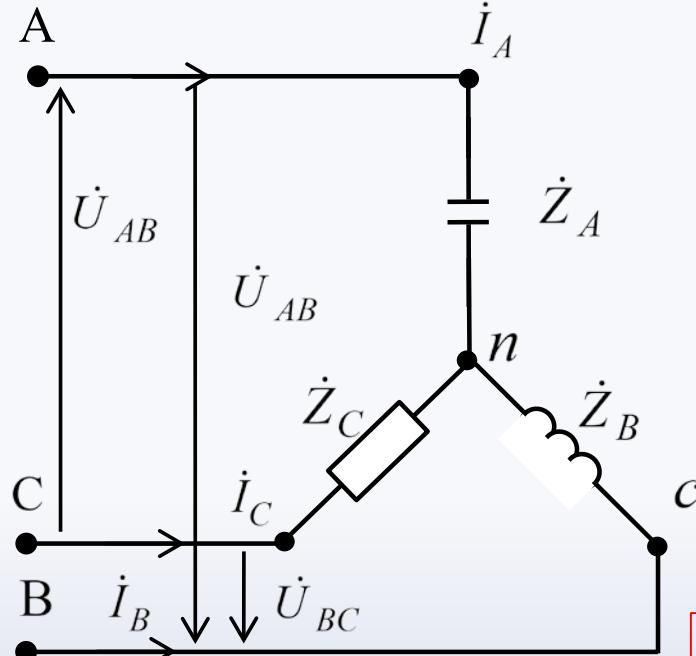
Рассмотрим следующие случаи:

- 1) Если $R_A = 0$, тогда $g_A \rightarrow \infty$ и $m \neq 0$. Напряжение смещения нейтрали будет иметь определенную величину, т.е. $\dot{U}_{nN} \approx E_m$, в этом случае фазные напряжения: $\dot{U}_A = 0$, $\dot{U}_B = -\dot{U}_{AB}$, $\dot{U}_C = \dot{U}_{CA}$. Фазные токи можно определить по вышеописанным формулам (11.28).

Если $R_A \rightarrow \infty$, тогда $g_A \rightarrow 0$ и $m = 0$. Напряжение смещения нейтрали будет иметь отрицательную величину, т.е. $\dot{U}_{nN} \approx -\frac{E_m}{2}$,

3

$$\begin{aligned}\dot{Z}_A &\rightarrow C, \\ \dot{Z}_B &\rightarrow L, \\ \dot{Z}_C &\rightarrow R\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\dot{Y}_A &= \frac{1}{\dot{Z}_A} = jb_C, \\ \dot{Y}_B &= \frac{1}{\dot{Z}_B} = -jb_L, \\ \dot{Y}_C &= \frac{1}{\dot{Z}_C}, = g.\end{aligned}$$

$$\dot{U}_{nN} = \frac{E_m \cdot jb_C + E_m a^2 \cdot (-jb_L) + E_m a \cdot g}{g + jb_C - jb_L}.$$

$$b_C = b_L = b,$$

$$\dot{U}_{nN} = \frac{jb \cdot E_m (1 - a^2) + E_m a \cdot g}{g} = \frac{E_m}{g} (jb(1 - a^2) + ga).$$

$$\begin{aligned}\dot{I}_C &= (\dot{E}_C - \dot{U}_{nN}) \dot{Y}_C = \left(E_m a - \frac{E_m}{g} (jb(1 - a^2) + ga) \right) g = \\ &= (E_m a g - E_m (jb(1 - a^2) + ga)) = -E_m \cdot jb(1 - a^2).\end{aligned}$$

МОЩНОСТЬ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ

Соединение «Звезда»

$$P = P_A + P_B + P_C,$$

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C,$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

$$P_A = U_A I_A \cos \phi_A,$$

$$P_B = U_B I_B \cos \phi_B,$$

$$P_C = U_C I_C \cos \phi_C,$$

$$Q_A = U_A I_A \sin \phi_A,$$

$$Q_B = U_B I_B \sin \phi_B,$$

$$Q_C = U_C I_C \sin \phi_C.$$

$$S_A = U_A I_A,$$

$$S_B = U_B I_B,$$

$$S_C = U_C I_C.$$

$\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ - фазные напряжения, $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ - фазные токи, $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C$ - углы сдвига фаз между напряжением и током.

$$\dot{U}_A = \dot{U}_B = \dot{U}_C = \dot{U}_\phi,$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_B = \dot{I}_C = \dot{I}_\phi, \quad \varphi_A = \varphi_B = \varphi_C = \varphi$$

$$P_A = P_B = P_C = P_\phi = U_\phi I_\phi \cos \varphi, \quad Q_A = Q_B = Q_C = Q_\phi = U_\phi I_\phi \sin \varphi.$$

$$U_\phi = \frac{U_\pi}{\sqrt{3}}, \quad I_\phi = I_\pi$$

$$P = 3P_\phi = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi,$$
$$Q = 3Q_\phi = 3U_\phi I_\phi \sin \varphi,$$

$$S = 3S_\phi = 3U_\phi I_\phi.$$

МОЩНОСТЬ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ

Соединение «Треугольник»

$$P = P_{AB} + P_{BC} + P_{CA},$$

$$\begin{aligned}P_{AB} &= U_{AB} I_{AB} \cos \varphi_{AB}, \\P_{BC} &= U_{BC} I_{BC} \cos \varphi_{BC}, \\P_{CA} &= U_{CA} I_{CA} \cos \varphi_{CA},\end{aligned}$$

$$Q = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA},$$

$$\begin{aligned}Q_{AB} &= U_{AB} I_{AB} \sin \varphi_{AB}, \\Q_{BC} &= U_{BC} I_{BC} \sin \varphi_{BC}, \\Q_{CA} &= U_{CA} I_{CA} \sin \varphi_{CA}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}S_{AB} &= U_{AB} I_{AB}, \\S_{BC} &= U_{BC} I_{BC}, \\S_{CA} &= U_{CA} I_{CA}.\end{aligned}$$

$\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$ - линейные напряжения, которые равны фазным напряжениям приемника, $\dot{I}_{AB}, \dot{I}_{BC}, \dot{I}_{CA}$ - линейные токи в каждой фазе приемника, $\varphi_{AB}, \varphi_{BC}, \varphi_{CA}$ - углы сдвига фаз между напряжением и током.

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{BC} = \dot{U}_{CA} = \dot{U}_L \quad \dot{I}_{AB} = \dot{I}_{BC} = \dot{I}_{CA} = \dot{I}_L, \quad \phi_{AB} = \phi_{BC} = \phi_{CA} = \phi$$

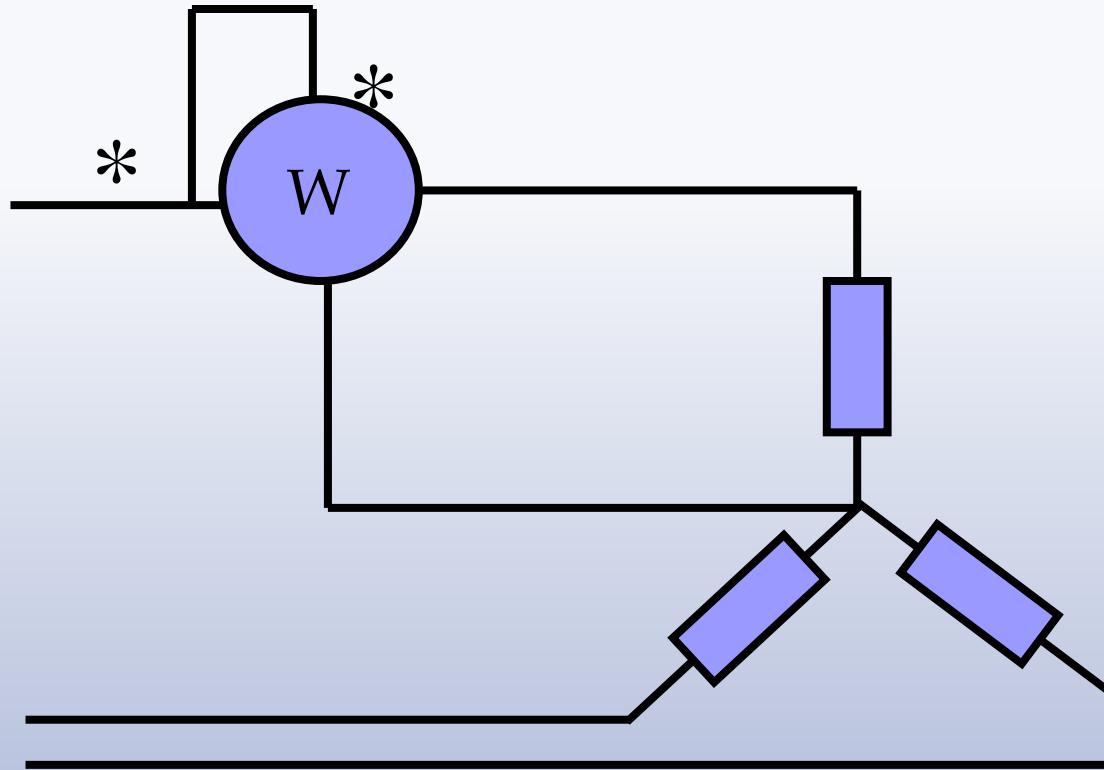
$$\begin{aligned}P_{AB} &= P_{BC} = P_{CA} = P_L = U_L I_L \cos \phi, \\Q_{AB} &= Q_{BC} = Q_{CA} = Q_L = U_L I_L \sin \phi.\end{aligned}$$

$$U_\phi = U_L, \quad I_\phi = \frac{I_L}{\sqrt{3}}$$

$$P = 3P_\phi, \quad Q = 3Q_\phi,$$

$$S = 3S_\phi = 3U_\phi I_\phi.$$

СИММЕТРИЧНЫЙ РЕЖИМ РАБОТЫ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ



НЕСИММЕТРИЧНЫЙ РЕЖИМ РАБОТЫ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ

